

2025 级预科二开学考数学试题

整理: 王晟瑄 任浩铭

2026 年 9 月 23 日

1. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 4|x| + 3)$ 的定义域是_____.
2. 若函数 $f(x)$ 是偶函数, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则 $f(x-1) > 0$ 的解集是_____.
3. 函数 $f(x) = x^2 + mx - 1$ 对任意 $x \in [m, m+1]$ 都有 $f(x) < 0$, 则 m 的取值范围是_____.
4. 已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x < 1, \\ x^{\frac{1}{3}}, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $f(x) \leq 2$, 则 x 的取值范围是_____.
5. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 内接矩形的周长最大值为_____.
6. 函数 $f(x) = (2\cos^2 x - 1)\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 4x$ 的最小正周期为_____, 最大值为_____.
7. 在 $\triangle ABC$ 中, D 在 BC 上, 满足 $2AD = BD$, 记 $\vec{m} = \vec{CA}$, $\vec{n} = \vec{CD}$, 则 $\vec{CB} =$ _____.
8. 向量 $\vec{a} = (\cos x, \sin x)$ 与向量 $\vec{b} = (3, -\sqrt{3})$ 共线, $x \in (0, \pi]$, 则 $x =$ _____.
9. 复数 z_1, z_2 满足 $|z_1| = |z_2| = 2$, $z_1 + z_2 = \sqrt{3} + i$ 则 $|z_1 - z_2| =$ _____.
10. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(m+n) = f(m)f(n)$, 且当 $x > 0$ 时 $0 < f(x) < 1$, 则 $f(x)$ 在实数集上的单调性是_____.
11. 已知函数 $f(x) = \ln\left(\frac{2}{1-x} + a\right)$ (a 为常数) 是奇函数, 则 $f(x)$ 的反函数是_____.
12. 不等式 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \geq 24$ 的解集是_____.
13. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(\sin x + \cos x)$ 的单调递减区间是_____.
14. $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ =$ _____.
15. 等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + a_3 = -24$, $a_{18} + a_{19} + a_{20} = 78$, 则 $\{a_n\}$ 前 20 项的和为_____.
16. 点 M 是椭圆 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 上一点, 且点 M 在第一象限内. F_1, F_2 为椭圆的两个焦点, 若 $\triangle MF_1F_2$ 是等腰三角形, 则点 M 的坐标为_____.
17. 3 个人坐 6 个座位, 两两不相邻的情况数为_____.
18. $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ ($x > 0$) 的常数项为_____.
19. “任意两条异面直线都有公垂线” 是否为真命题 (填 “是” 或 “否”) _____.