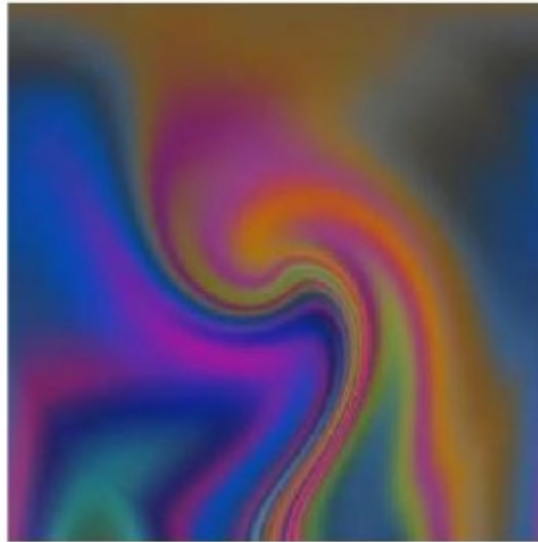
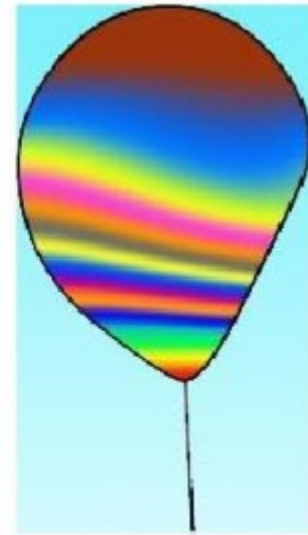


§14.5 薄膜干涉

薄膜干涉实例：阳光下肥皂泡的彩纹，马路上油膜的彩纹。



油膜



肥皂膜

当一束光射到透明薄层，光束在膜上、下表面发生多次反射和折射。分割振幅成多束光。它们的频率相同，光矢量平行，相位差恒定，满足相干光条件—— ***Film interference***

1、等倾干涉（薄膜厚度均匀）

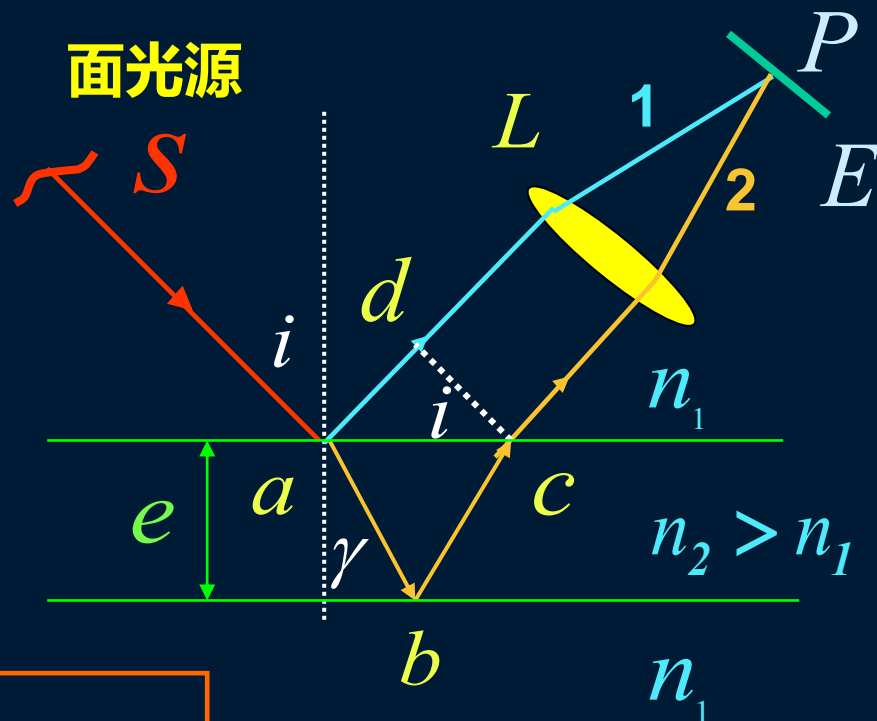
两条光线的光程差

$$\delta = n_2(ab + bc) - n_1 ad + \frac{\lambda}{2}$$

$$ab = bc = \frac{e}{\cos \gamma}$$

$$ad = ac \sin i = 2e \tan \gamma \cdot \sin i$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$



$$\delta = n_2(ab + bc) - n_1ad + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2n_2e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2e \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \begin{cases} k\lambda, k = 1, 2, \dots & \text{明纹} \\ (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, \dots & \text{暗纹} \end{cases}$$

入射角度相同处，光程差相同——*Equal angle interference*

注意：

- *Half – wave loss*
- 透镜不产生附加光程差

薄膜干涉的光程差表达式中，有几个自变量：

1

A

1

B

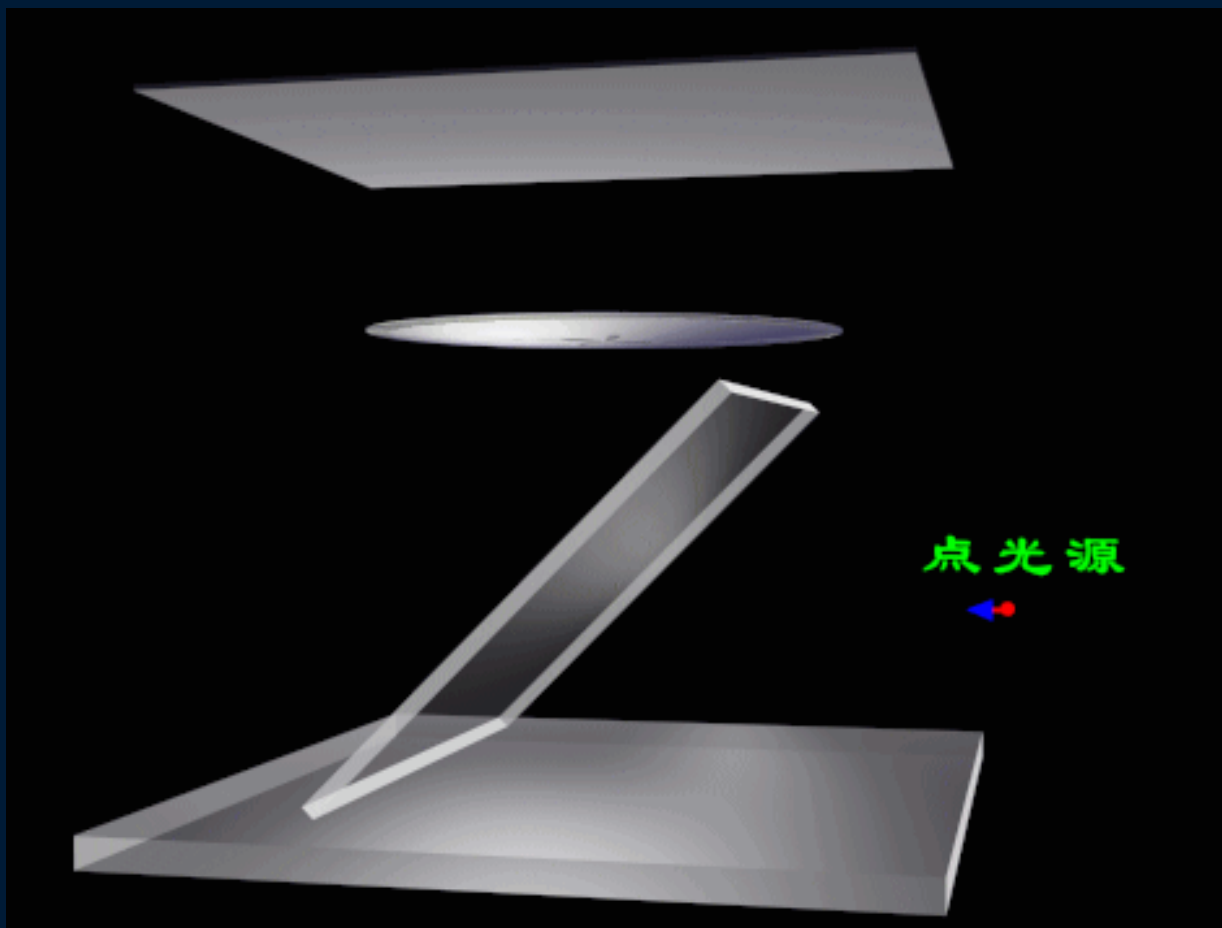
2

C

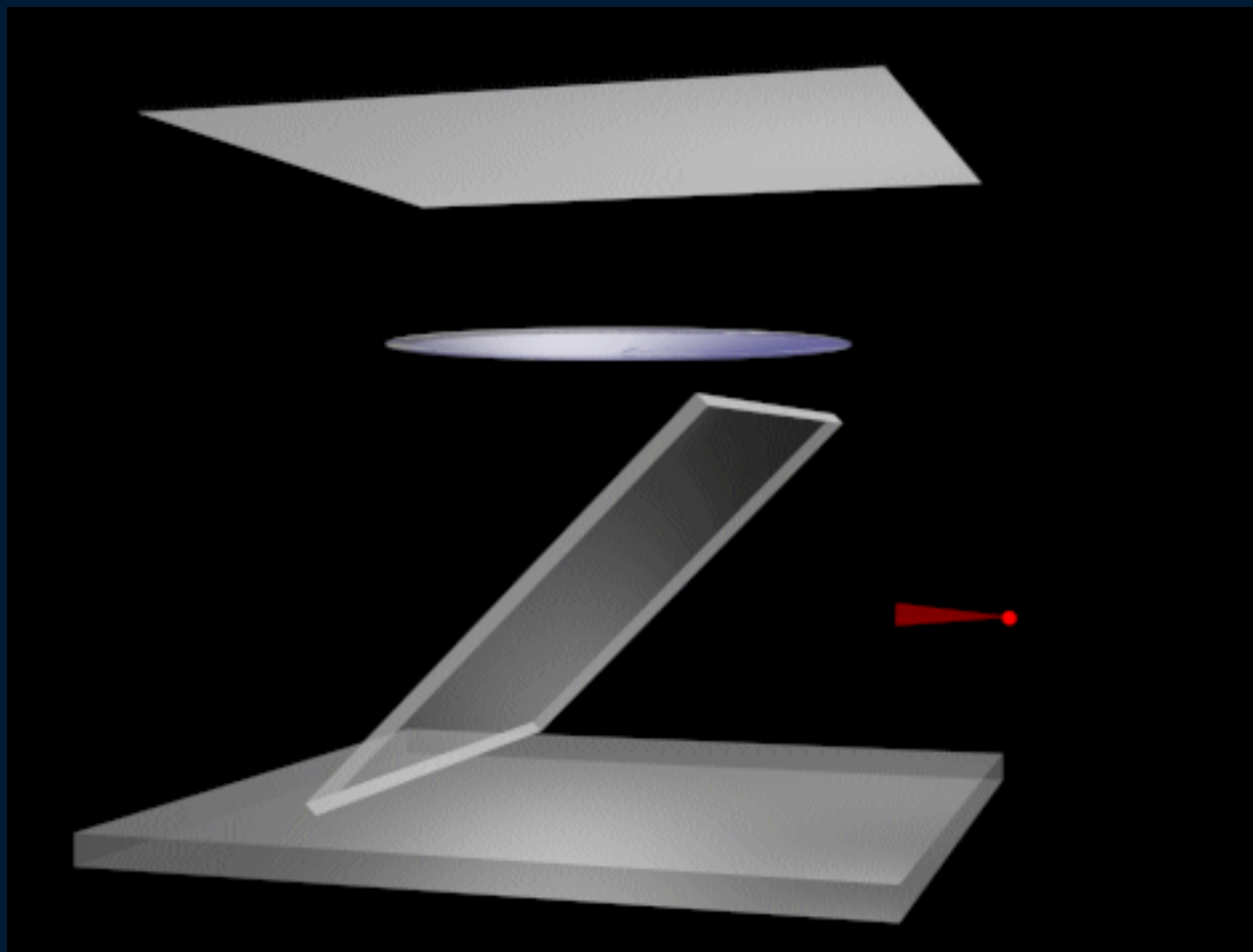
3

提交

等倾干涉的光路演示

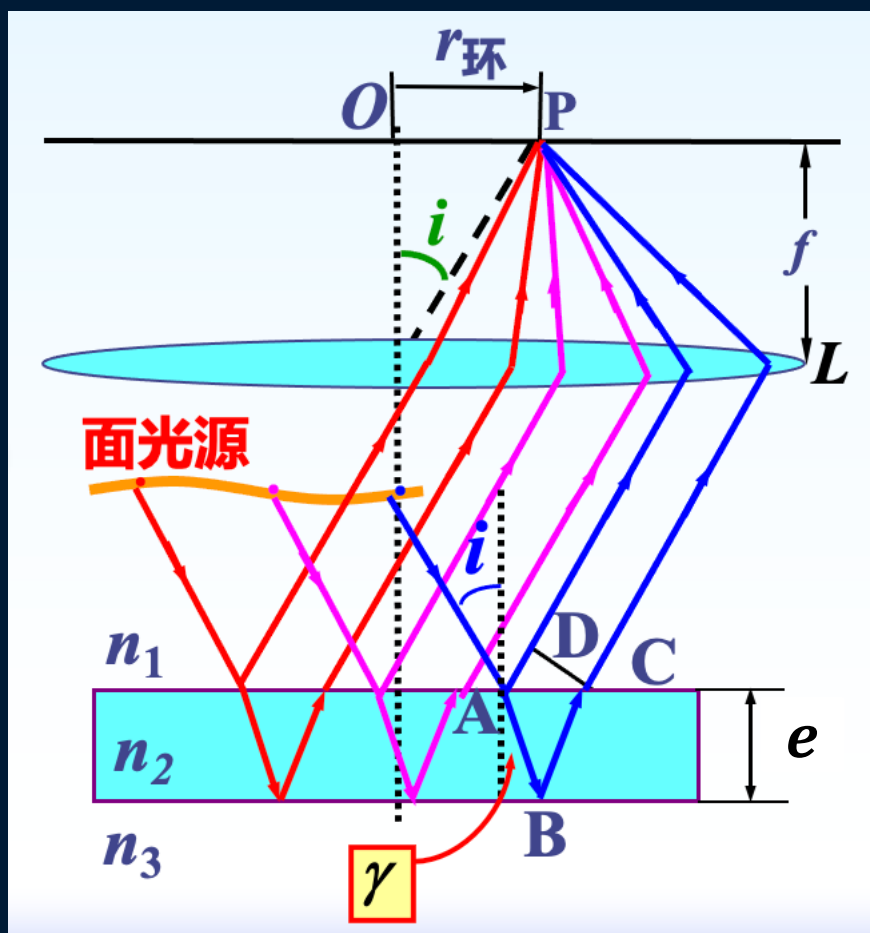


等倾干涉的光路演示

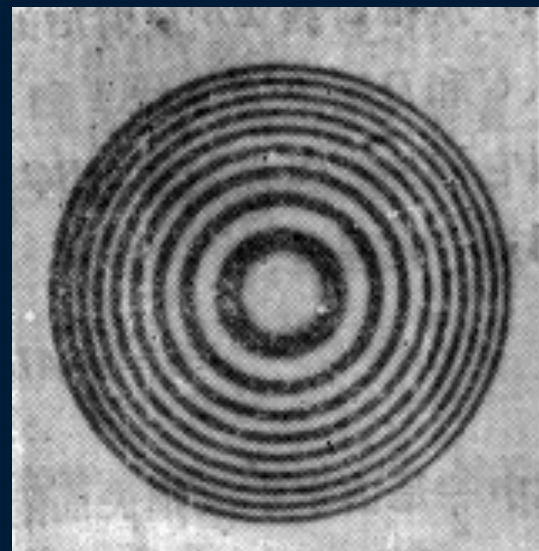


条纹形状及特点

- (1) 同一入射角的光会汇聚于一个圆周上；因此到达圆周上各点的两反射光的光程差（取决于入射角）都相同



$$\delta = 2n_2 e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}$$



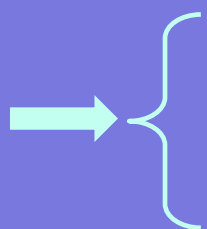
等倾条纹图案

条纹形状及特点

(2) 等倾干涉条纹为一系列同心圆环；内高外低；内疏外密。

$$2n_2e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, k = 1, 2, \dots & \text{明} \\ (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, \dots & \text{暗} \end{cases}$$

γ 越小, k 越大
 γ 越大, k 越小



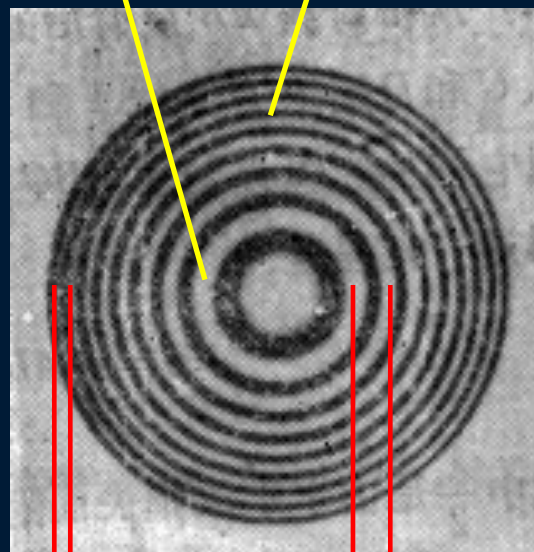
中心处级次最大
外沿级次逐渐降低

相邻条纹间距:

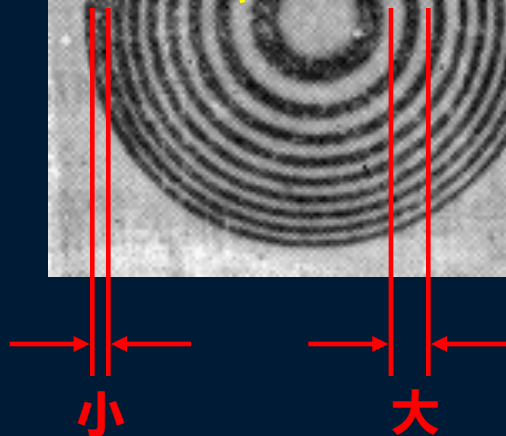
$$d\gamma = -\frac{\lambda}{2n_2e \sin \gamma}$$

中心 $\rightarrow \gamma$ 小 $\rightarrow d\gamma$ 大
边缘 $\rightarrow \gamma$ 大 $\rightarrow d\gamma$ 小

$\therefore$ 中心处的条纹稀疏,
外边缘的条纹密。



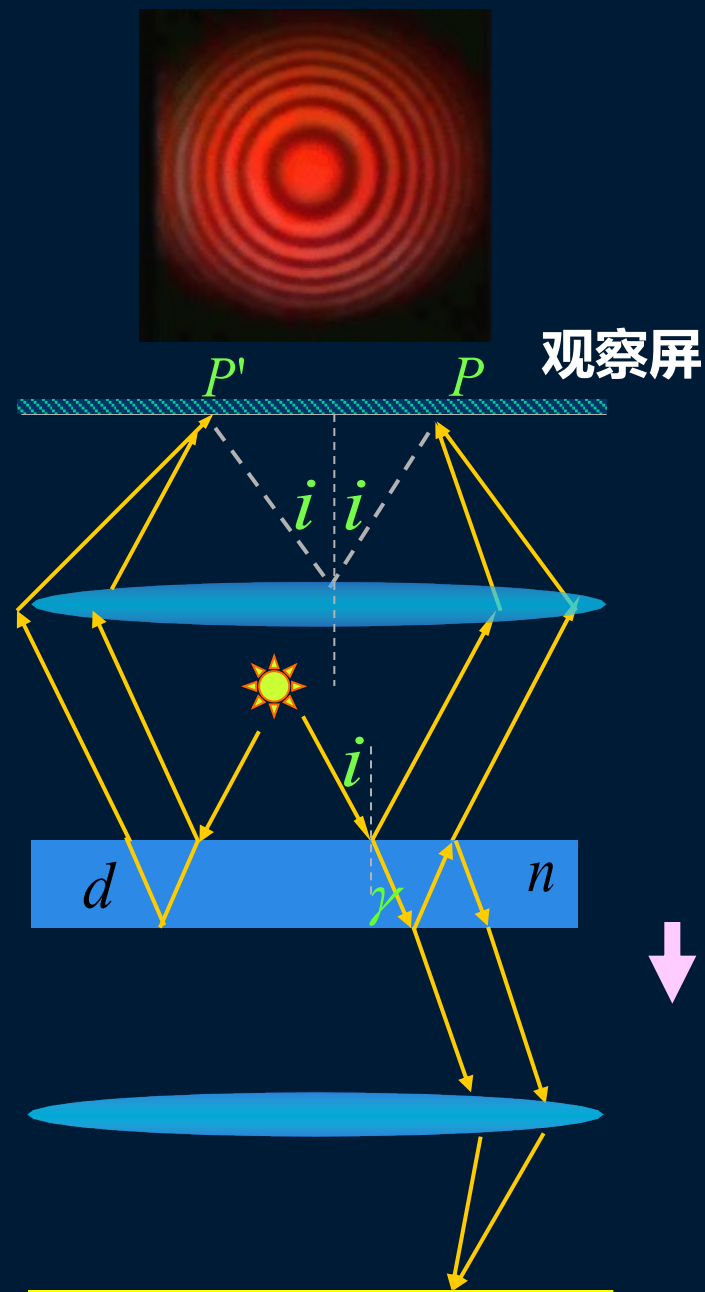
等倾条纹照相



条纹形状及特点

(3) 使用面光源条纹更清楚明亮

(4) 透射光图样与反射光图样互补



条纹形性状及特点

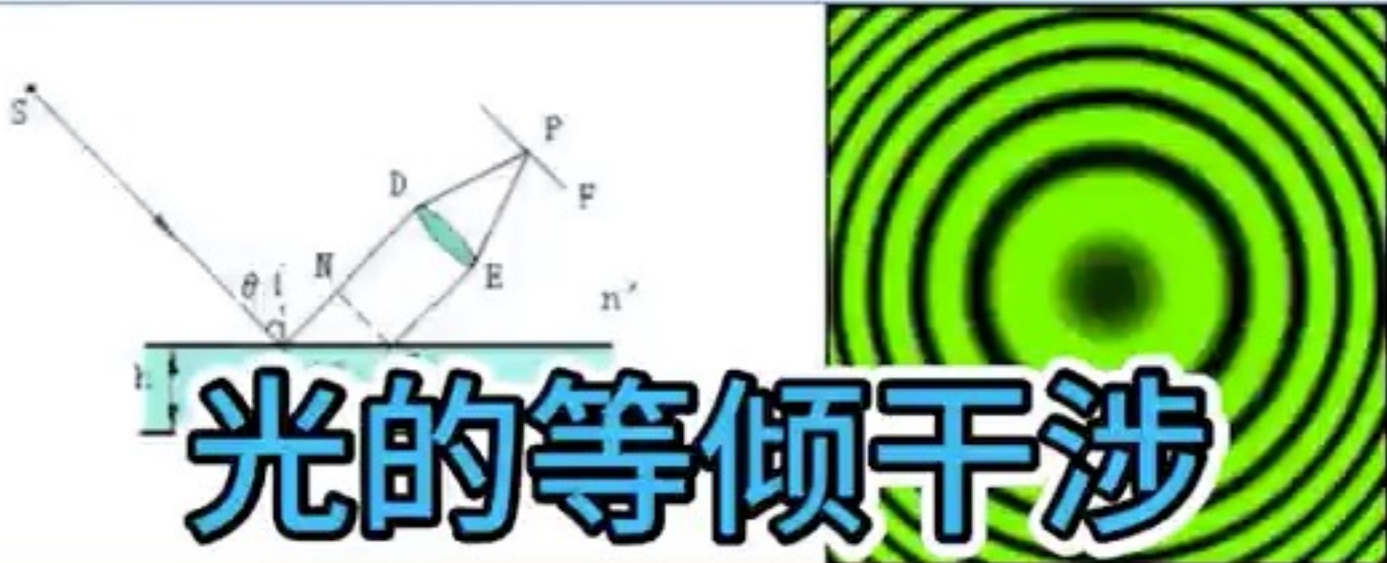
- 离圆心越远，干涉级越低。
- 圆环中心所对应的干涉级最高，可能是亮点，也可能是暗点。

第k级亮条纹对应的光程差：
$$\delta_k = 2n_2 e \cos\gamma_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

- 对任一条纹，其 k 值确定，若 e 增大，则 $\cos\gamma$ 减小， γ 增大。此时条纹向边缘移动，圆环半径增大，或从中心冒出条纹。
- 对空气薄膜来说，若增 $\Delta h = \lambda/2$ ，则从中心冒出一个条纹。

条纹形状及特点

光的等倾干涉



The diagram on the left illustrates the experimental setup for equal inclination interference. A light source S emits a beam that passes through a point N on a horizontal surface. The beam is reflected at point E and point D , which are at different heights. The reflected beams converge at point P on a screen. The angle of incidence is labeled θ . The refractive index of the medium is labeled n . The diagram on the right shows the resulting interference pattern, which consists of concentric circular fringes.

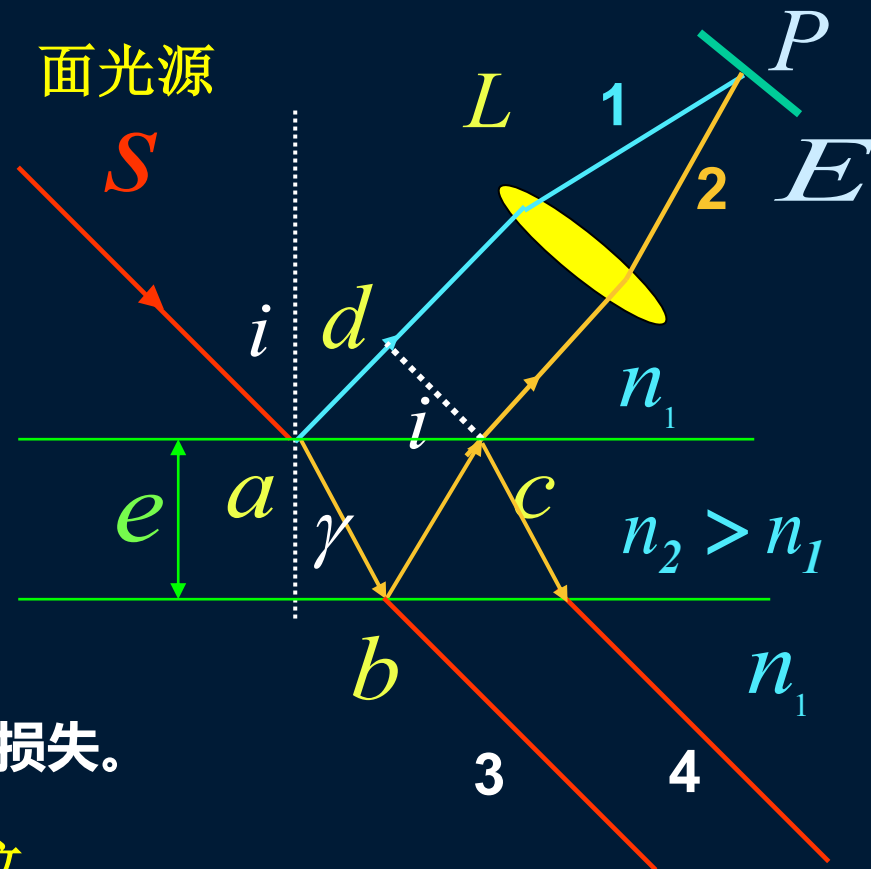
光的等倾干涉

波长:	<input type="text"/>	532	nm
平行平板的厚度 h :	<input type="text"/>	0.1	mm
平行平板厚度误差:	<input type="text"/>	0	μm
平行平板的折射率 n :	<input type="text"/>	1.5	mm
透镜焦距 f :	<input type="text"/>	50	mm
计算物理课代表 bilibili :	<input type="text"/>	4000	μm

❖ 透射光

两条透射光线的光程差

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$



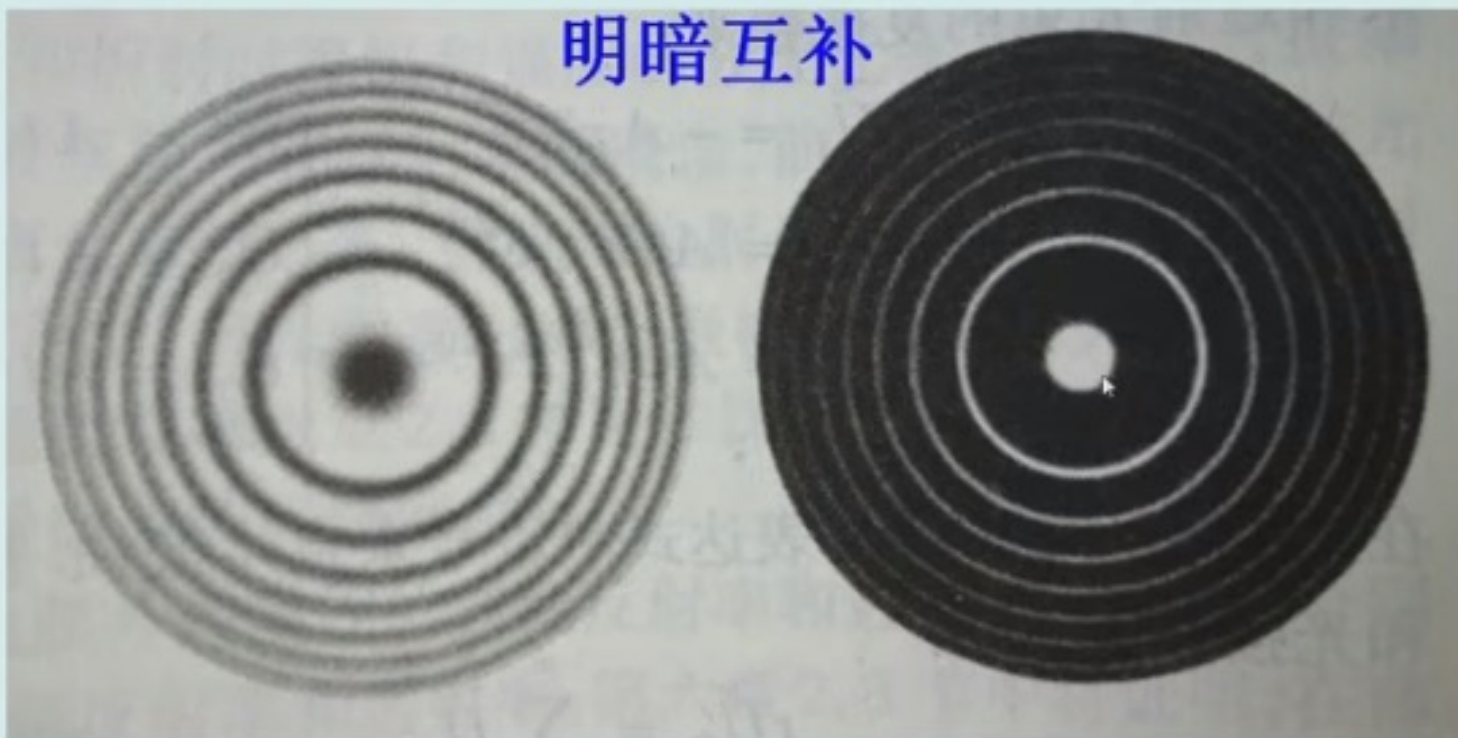
注意：与反射光不同的是，没有半波损失。

$$= \begin{cases} k\lambda, k = 1, 2, \dots & \text{明纹} \\ (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, k = 0, 1, \dots & \text{暗纹} \end{cases}$$

和反射有什么不同？

即对同一薄膜而言，在同一处，反射光干涉若为加强，则透射光干涉为削弱。

反射光和透射光干涉图对比



反射干涉与透射干涉互补
——能量守恒

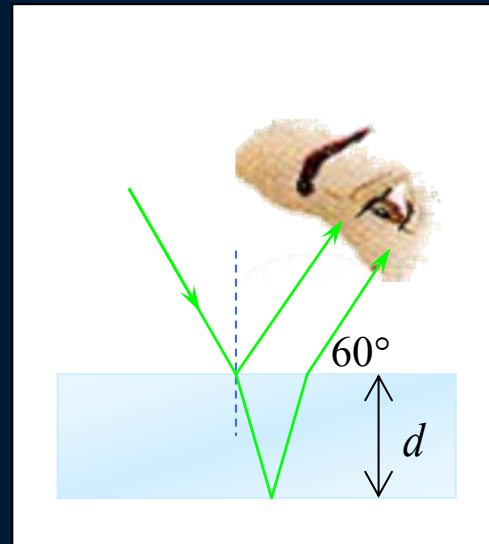
应用：增透膜，增反膜
——薄膜光学

例 用波长为550nm的黄绿光照射到一肥皂膜上，沿与膜面成**60°**角的方向观察到膜面最亮。已知肥皂膜折射率**1.33**，求此膜至少是多厚？若改为垂直观察，求能使此膜最亮的光的波长？

1) 反射光加强: $\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

肥皂膜的最小厚度 ($k = 1$) $\therefore d = \frac{k\lambda - \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}}$

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}} = \frac{550 \times 10^{-9} \text{ m}}{4\sqrt{1.33^2 - 1^2 \sin^2 30^\circ}} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m}$$



2) 垂直入射: $\delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad \therefore \lambda = 2n_2d / k - \frac{1}{2}$

$\lambda_1 = 649.0 \text{ nm} \quad (k = 1) \quad \text{紅}$

$\lambda_2 = 216.3 \text{ nm} \quad (k = 2) \quad \text{不可見光}$

例 波长550 nm黄绿光对人眼和照像底片最敏感。要使照像机对此波长反射小，可在照像机镜头上镀一层氟化镁 MgF_2 薄膜，已知氟化镁的折射率 $n=1.38$ ，玻璃的折射率 $n=1.55$

求 氟化镁薄膜的最小厚度

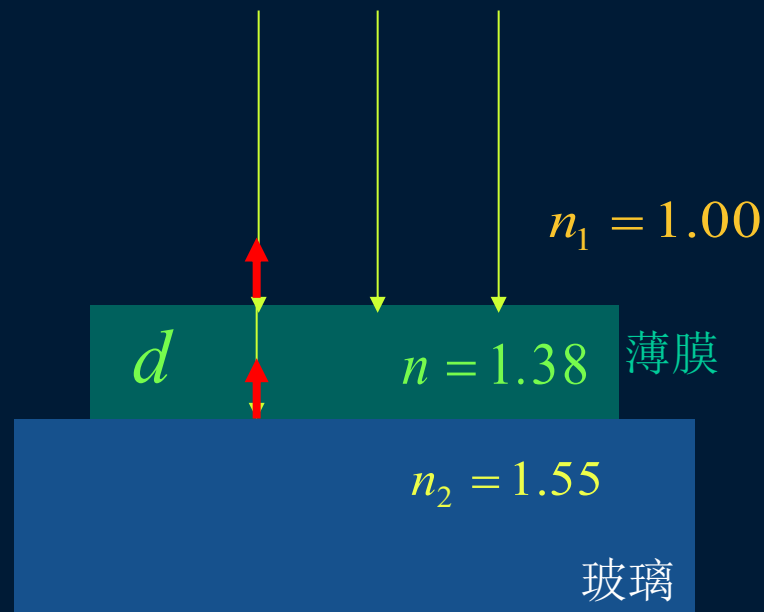
解 光程差 $\delta = 2nd$

两条反射光干涉减弱条件

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$k = 0$ 时,增透膜有最小的厚度

$$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550}{4 \times 1.38} \approx 100 \text{ nm}$$



★ **说明** 并非对所有波长的光都具有小的反射率。

4

白光垂直照射在镀有 $0.40\mu\text{m}$ 厚介质膜的玻璃板上，介质的折射率 1.50 ，玻璃的折射率 1.40 。则在可见光（ 390nm - 760nm ）范围内，在反射光干涉是否存在半波损失

A

存在

B

不存在

5

白光垂直照射在镀有 $0.40\mu\text{m}$ 厚介质膜的玻璃板上，介质的折射率 1.50 ，玻璃的折射率 1.40 。则在可见光（ 390nm - 760nm ）范围内，在反射光干涉加强的波长为

- ☐ A 480nm
- ☐ B 400nm
- ☐ C 600nm
- ☐ D 720nm

2、等厚干涉（薄膜厚度不均匀）

两条光线的光程差

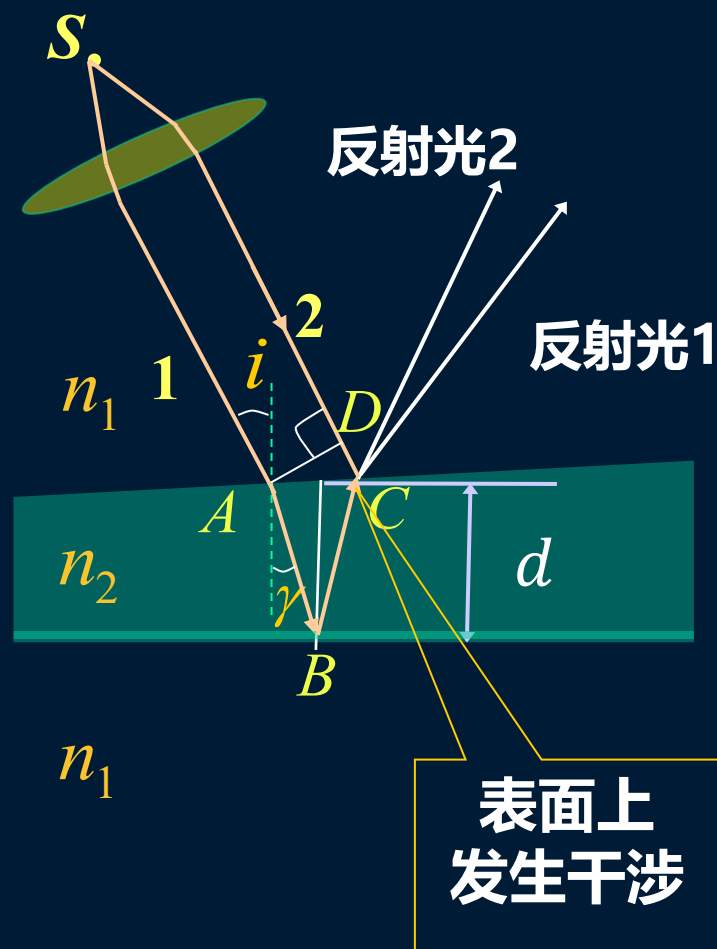
$$\delta = n_2(AB + BC) - n_1DC + \frac{\lambda}{2}$$

存在

$$ab = bc = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$ad = ac \sin i = 2d \tan \gamma \cdot \sin i$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$



光程差

$$\delta = 2n_2d \cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

设入射光垂直于上表面 $i = 0$

$$\delta = 2n_2d + \left(\frac{\lambda}{2}\right) = \begin{cases} 2k\lambda / 2, k = 1, 2, \dots \\ (2k+1)\lambda / 2, k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

厚度相同处，光程差相同——*Equal thickness interference*

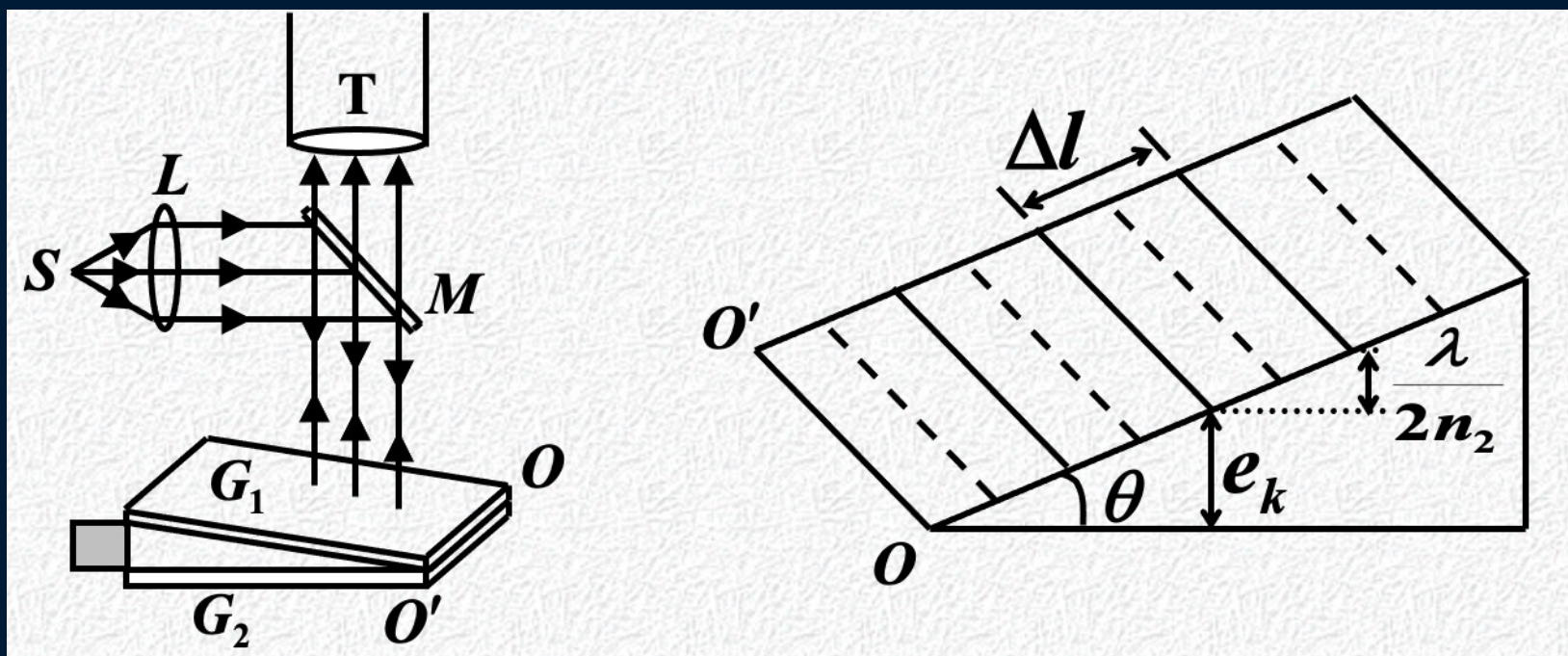
当入射角 i 一定 (平行光入射) 而薄膜厚度不均匀 (d 可变) 时，同一条纹所对应的将是相同的膜厚，故称为**等厚干涉条纹**。

1. 劈尖干涉

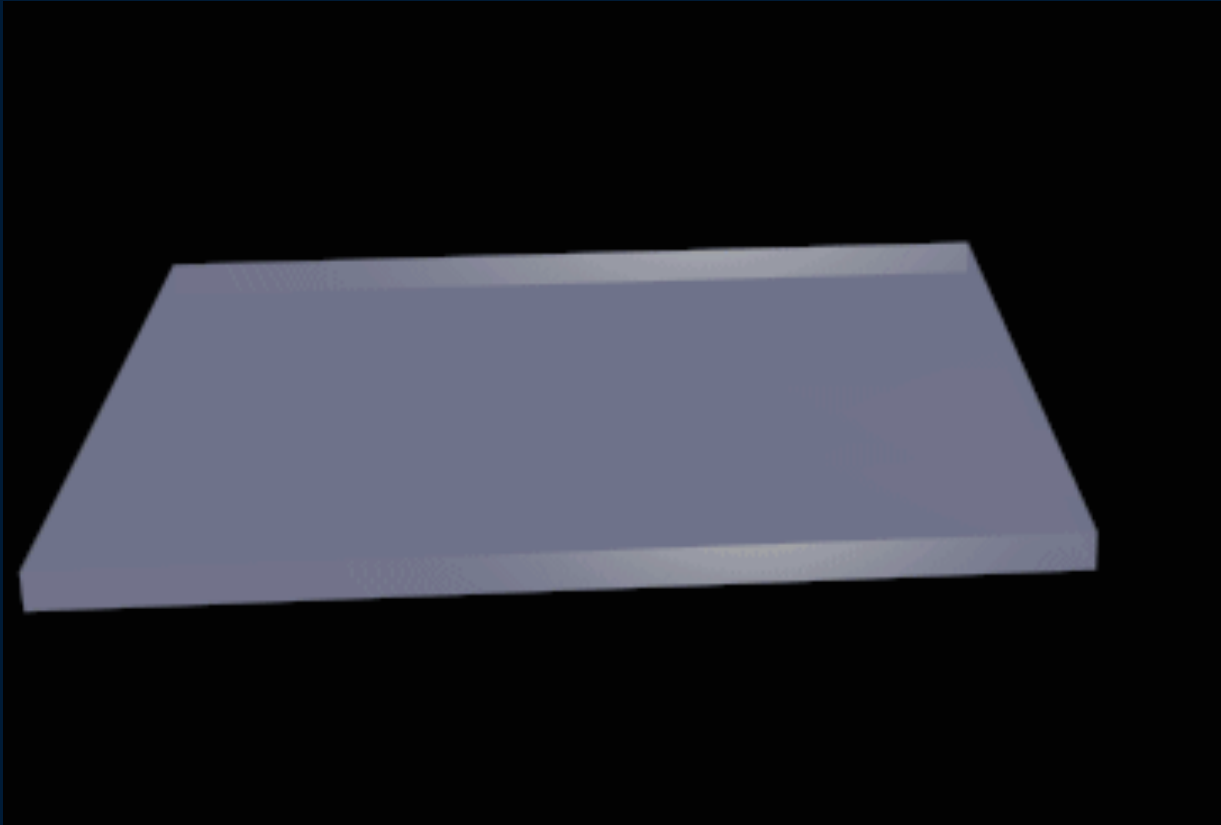
夹角很小的两个平面间的介质薄膜叫**劈尖**。

(劈尖角 $\theta : 10^{-4} \sim 10^{-5} \text{ rad}$)

实际应用中,大都是**平行光**⊥**入射**。



空气劈尖



若劈尖内为空气，两束反射光的光程差为

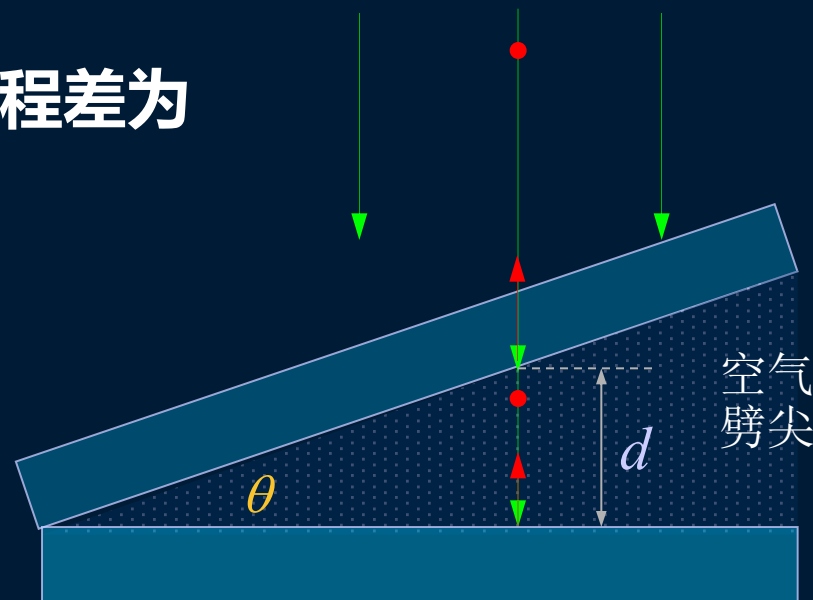
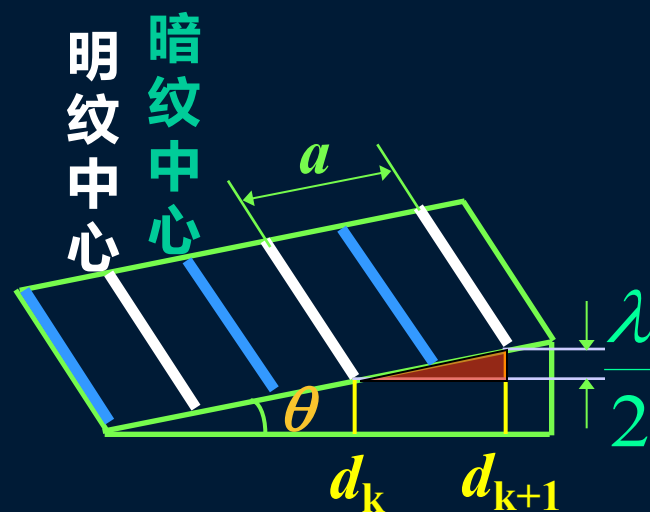
$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

• 明纹 $\delta = k\lambda \quad k = 1, 2, \dots$

• 暗纹 $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$

相邻条纹之间距 $a \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad a = \frac{\lambda}{2\theta}$

相邻明纹或（暗纹）所对应的膜厚之差为 $\frac{\lambda}{2}$



劈尖薄膜干涉条纹的形状为：

4

- ☒ A 平行于棱的、等间距的、直条纹
- ☐ B 平行于棱的、等间距的、直条纹，且接触棱处为暗条纹
- ☐ C 平行于棱的、等间距的、直条纹，且接触棱处为明条纹

提交

空气劈尖薄膜干涉条纹棱边干涉条纹大概率情况为：

4

A

暗的

B

明的

C

非明非暗

提交

★ 讨论

(1) 同一厚度 d 对应同一级条纹——等厚条纹

干涉条纹是光程差相同点的轨迹

$$\delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2} = \Delta(d)$$

膜厚 d 相同的连线为同级干涉条纹

(2) 劈尖干涉产生的等厚条纹是一些平行于棱的等间距直条纹

$$\delta = 2n_2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

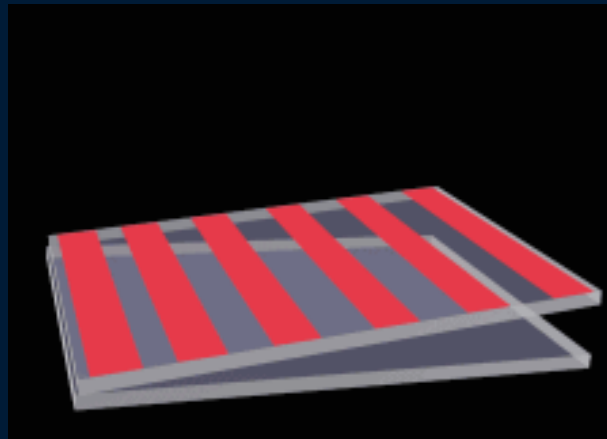
(亮纹) $\rightarrow$ 薄 $\rightarrow k$ 小; 厚 $\rightarrow k$ 大。

相邻条纹间的厚度差:

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_2}$$

★ 讨论

- (3) 空气劈尖顶点处是一暗纹
- (4) 可测量小角度 θ 、微位移 x 、微小直径 D 等
- (5) 薄膜厚度的变化导致条纹发生变化。



注意：此处展示的角度并不是
为便于观察，进行的可

劈尖干涉

波长：

532

nm

倾角 α ：

0.01

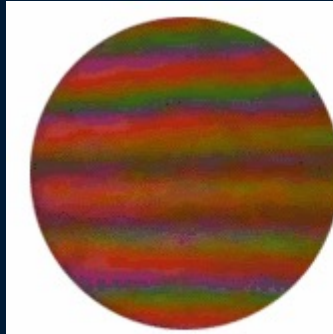
°

劈尖所在介质的折射率 n ：

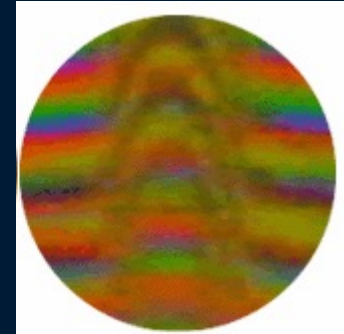
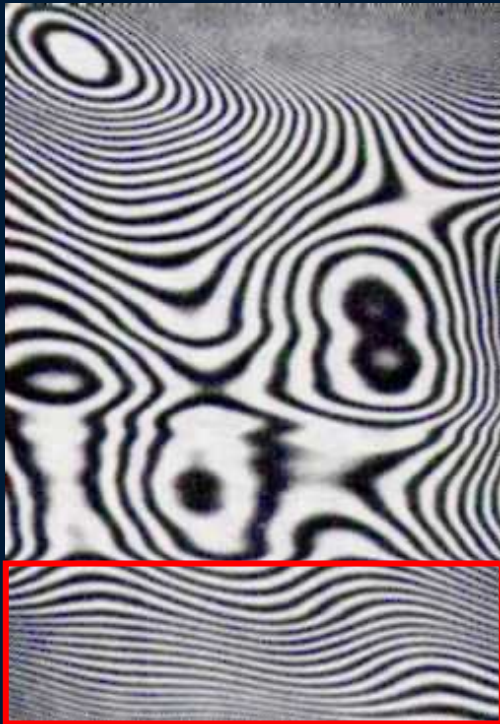
1

(6) 检验平面镜工作表面平整度及局部不平整度

平整度



局部不平整度



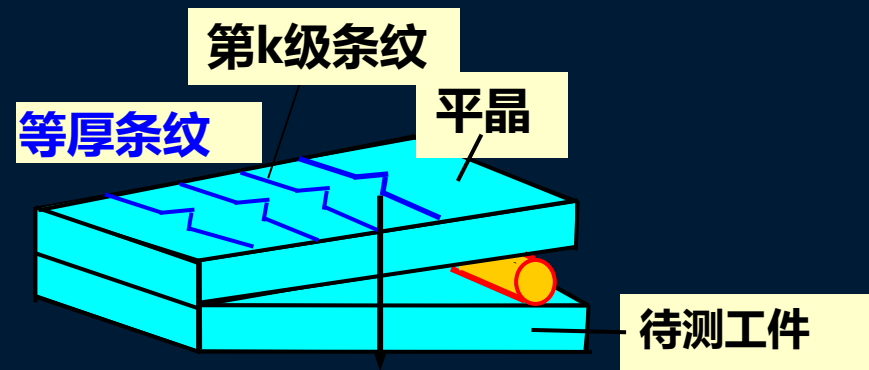
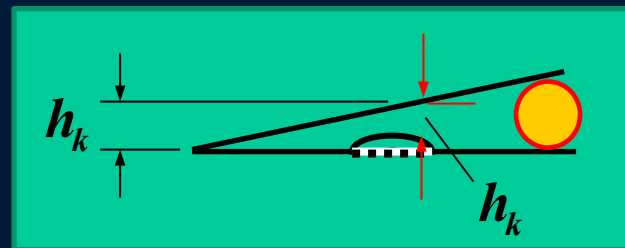
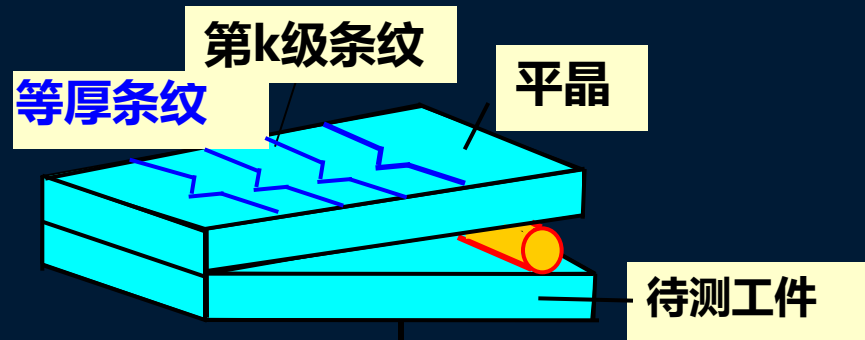
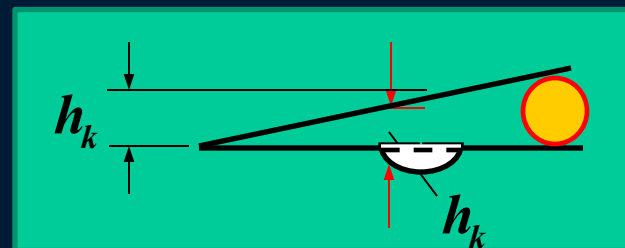
左图是在标准平玻璃上检验工件的平整度的实验结果,工件下边与玻璃接触.请说明工件哪里比较平。

向右扭曲→凸起



膜厚 h 相同的连线→同级条纹

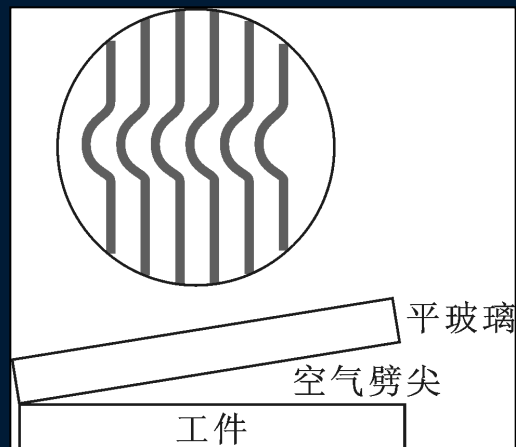
向左扭曲→凹起



5

用劈尖干涉法可检测工件表面缺陷，当波长为 λ 的单色平行光垂直入射时，若观察到的干涉条纹如图所示，每一条纹弯曲部分的顶点恰好与其左边条纹的直线部分的连线相切，则工件表面与条纹弯曲处对应的

- ☐ A 凸起，且高度为 $\lambda/4$
- ☐ B 凸起，且高度为 $\lambda/2$
- ☒ C 凹陷，且深度为 $\lambda/2$
- ☐ D 凹陷，且深度为 $\lambda/4$



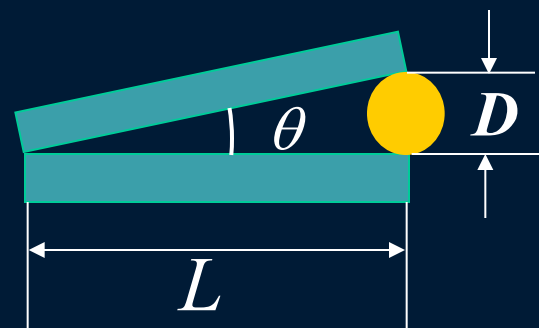
提交

例 为了测量一根细的金属丝直径 D ，按图办法形成空气劈尖，用单色光照射形成等厚干涉条纹，用读数显微镜测出干涉明条纹的间距，就可以算出 D 。

已知 单色光波长为 589.3 nm ，测量结果是：金属丝与劈尖顶点距离 $L = 28.880 \text{ mm}$ ，第1条明条纹到第31条明条纹的距离为 4.295 mm

求 金属丝直径 D

解 条纹间距 $a = \frac{4.295}{30} = 0.14317 \text{ mm}$

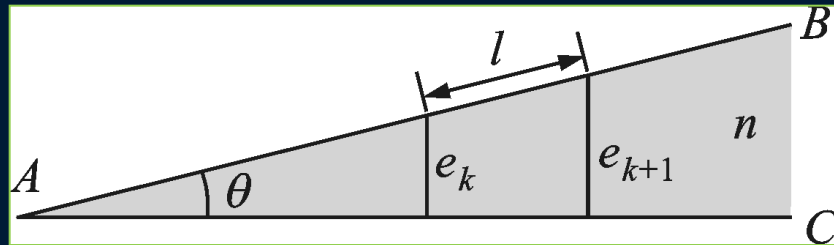


$$\left. \begin{array}{l} a \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \\ \sin \theta \approx \frac{D}{L} \end{array} \right\} \longrightarrow D = \frac{L}{a} \cdot \frac{\lambda}{2} = 0.05944 \text{ mm}$$

5

利用等厚干涉可以测量微小的角度。如图所示，折射率为 $n=1.40$ 的劈尖状板，在某单色光的垂直照射下，测量出两相邻明条纹间距 $l=0.25\text{cm}$ ，已知单色光在真空中的波长 $\lambda=700\text{nm}$ ，则劈尖顶角 θ 为

- ☒ A 1.0×10^{-4}
- ☐ B 1.4×10^{-4}
- ☐ C 2.8×10^{-4}
- ☐ D 1.4×10^{-5}



提交

2. 牛顿环



2. 牛顿环

光程差

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$R^2 = r^2 + (R - d)^2 \rightarrow d = \frac{r^2}{2R}$$

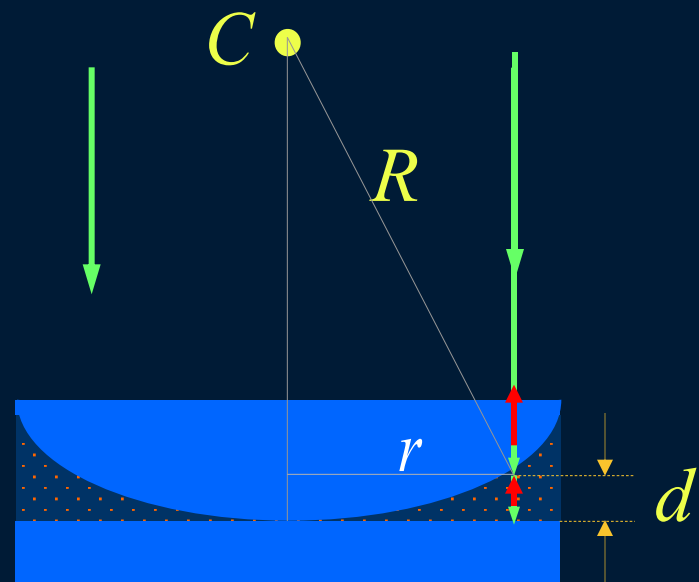
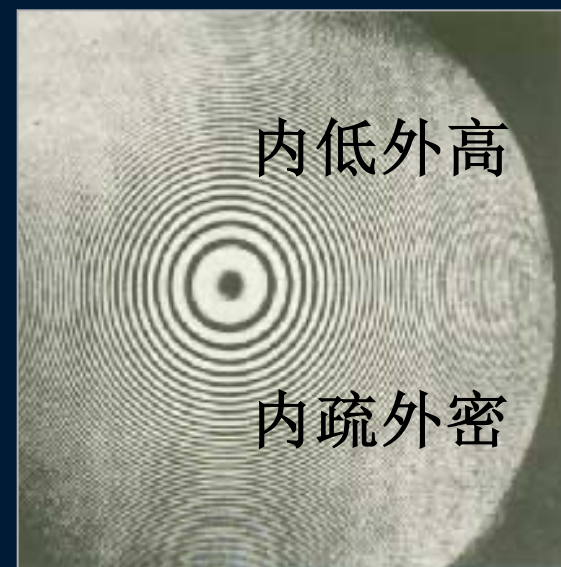
$$\rightarrow \delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

• 明纹 $\delta = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$

$$r = \sqrt{(2k - 1) \cdot \frac{R\lambda}{2}} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

• 暗纹 $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$

$$r = \sqrt{k\lambda R} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

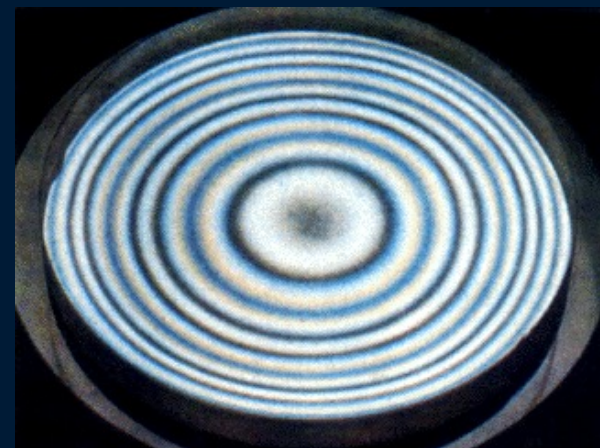


★讨论

(1) 条纹为同心圆环

相邻条纹间距:

$$\Delta r = r_{k+1} - r_k = \frac{\lambda R}{r_{k+1} + r_k} \approx \frac{\lambda R}{2r_k} \propto \frac{1}{r}$$

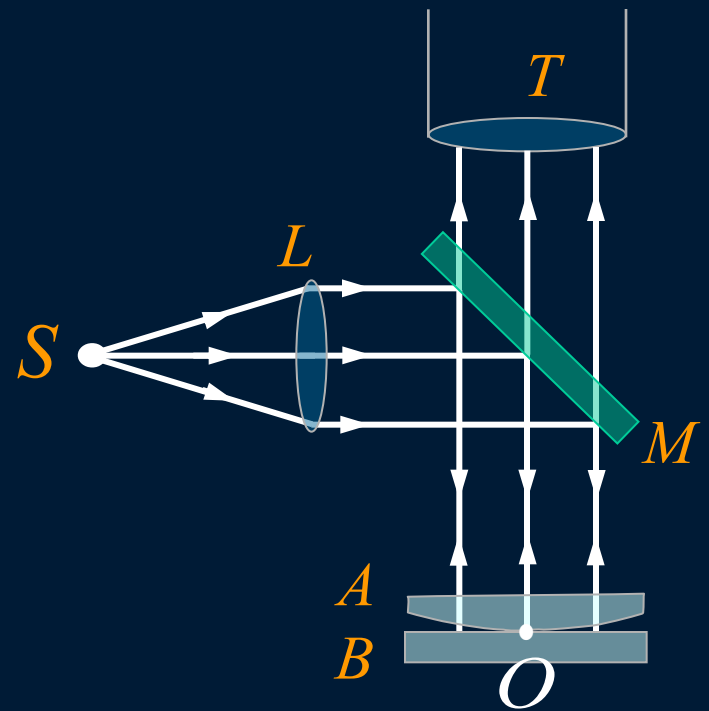


内疏外密的同心圆环

相邻亮纹或相邻暗纹之间的厚度差

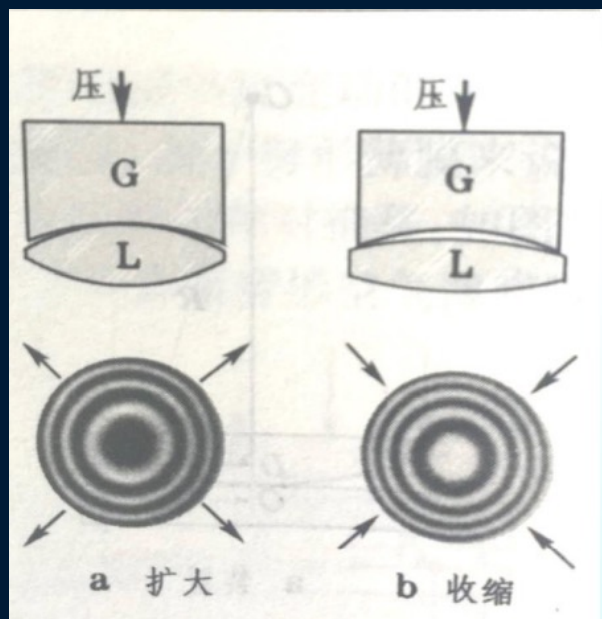
$$\Delta h = \frac{\lambda}{2n_2} = \frac{\lambda}{2}$$

(2) 若接触良好，中央为暗纹——半波损失



(3) 检测透镜的曲率半径误差及其表面平整度

在光学冷加工车间中，将标准件（玻璃验规）G覆盖于待测工件L之上，两者间形成空气膜，因而出现在牛顿环。根据牛顿环的圈数决定加工工件是否合格。如果某处光圈偏离圆形，则说明待测表面还需进一步研磨。



例：氦氖激光器发出的激光波长为 **633 nm**，以它为光源做牛顿环实验，得到下列的测量结果。第 **k** 个暗环半径 **1.5mm**，第 **k+5** 个暗环半径为 **2.3mm**，求平凸透镜的曲率半径 **R**。

解：

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$

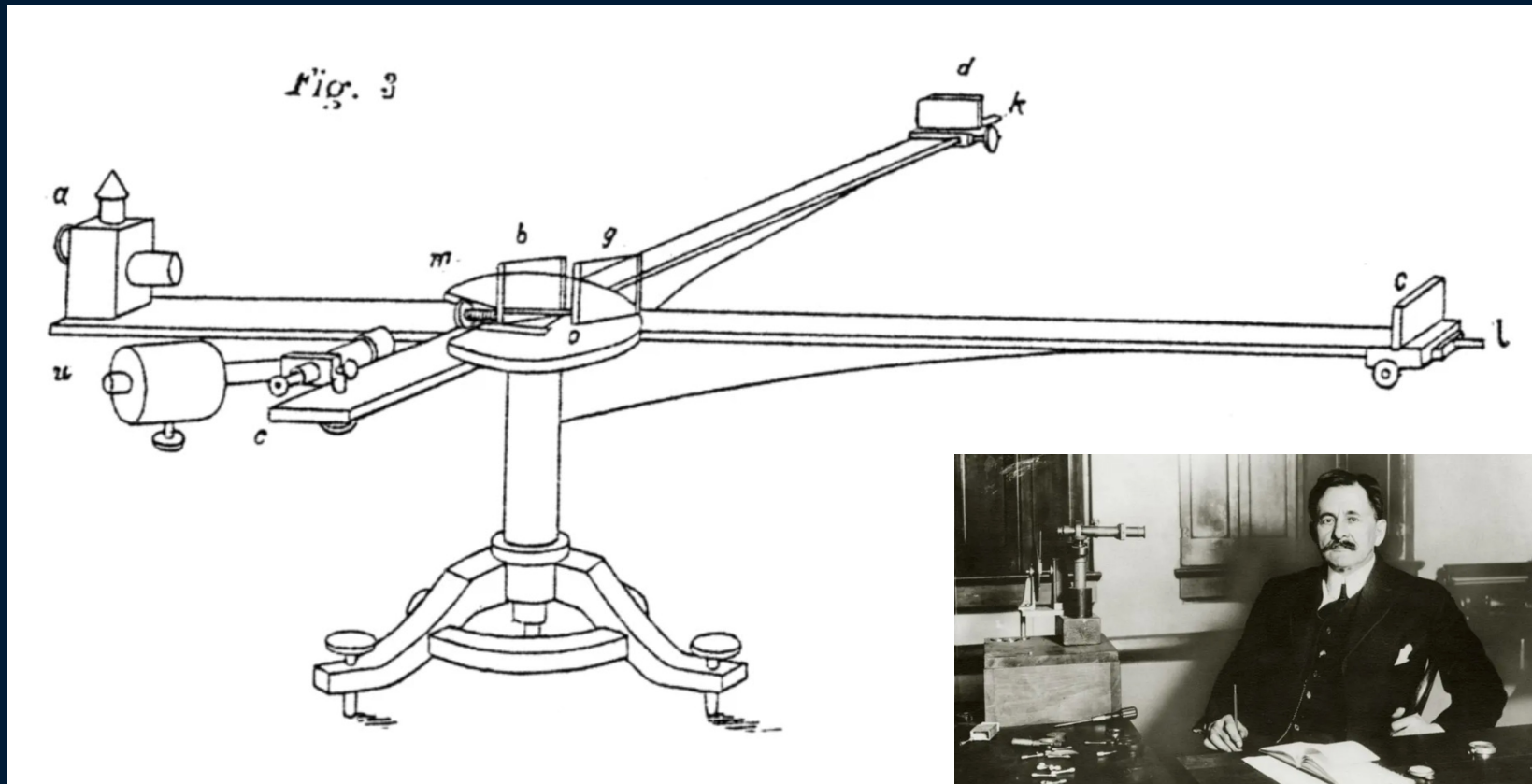
$$r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$$

两式平方后相减得

$$5R\lambda = r_{(k+5)}^2 - r_k^2$$

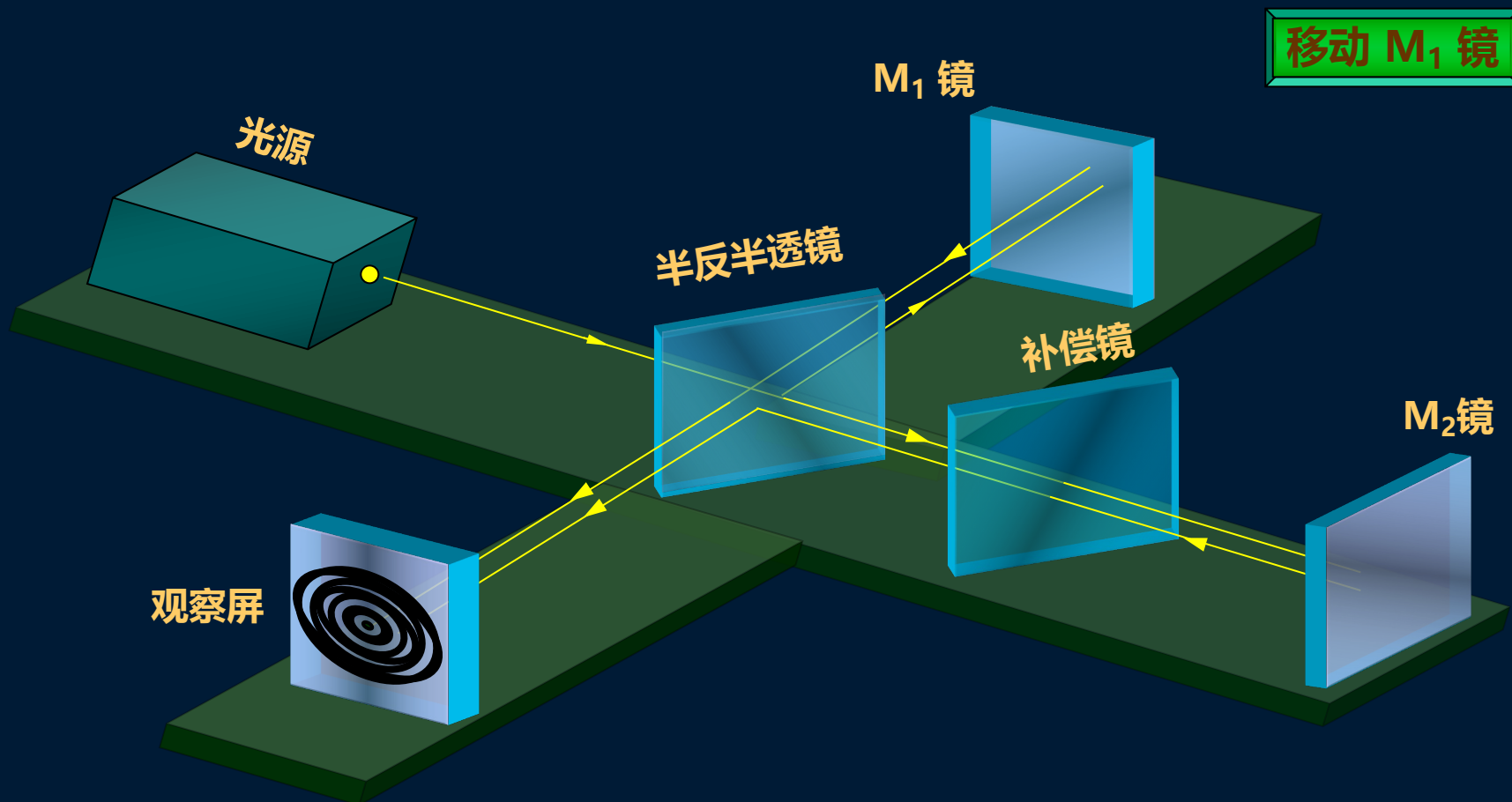
$$R = \frac{r_{(k+5)}^2 - r_k^2}{5\lambda} = \frac{(2.3^2 - 1.5^2) \times 10^{-6}}{5 \times 0.633 \times 10^{-6}} = 10^3 \text{ mm}$$

§ 14.6 迈克耳逊干涉仪



§14.6 迈克耳逊干涉仪

一. 干涉仪结构



- 可以前后移动 M_1
- 调节 M_2 的倾斜度，可分别得到等厚干涉和等倾干涉

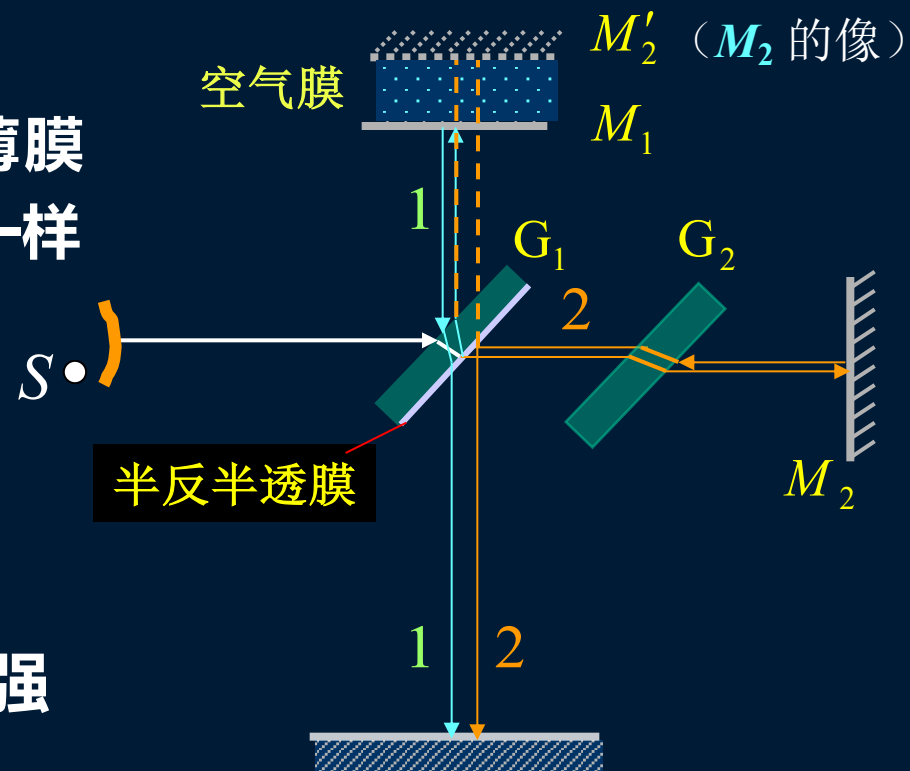
二. 工作原理

光束 1 和 2 就像来自于空气薄膜 (M_1 和 M'_2 之间) 的上下表面一样

光程差 $\delta = 2d \cos \gamma$

$$\delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, \dots \quad \text{加强}$$

$$\delta = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \text{减弱}$$

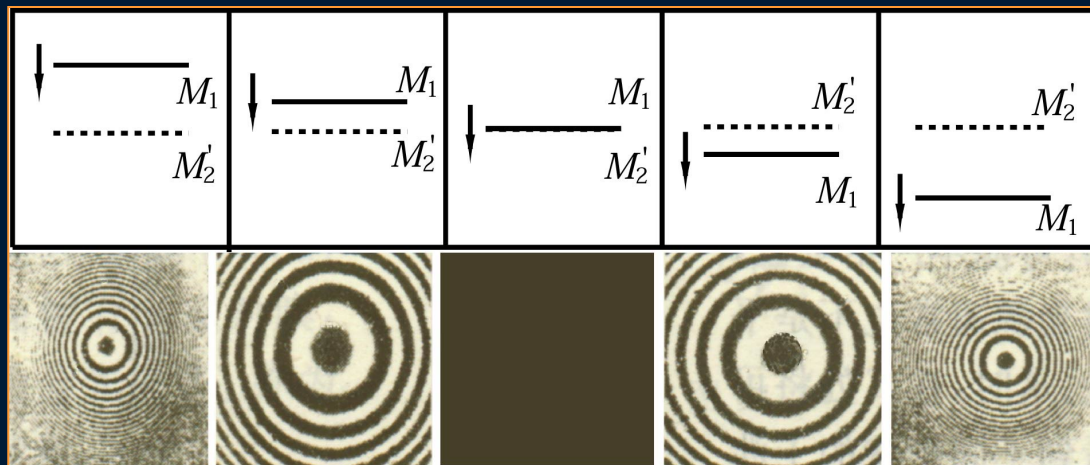


调节 M_2 的倾斜度, 可分别得到等厚干涉和等倾干涉

三. 条纹特点

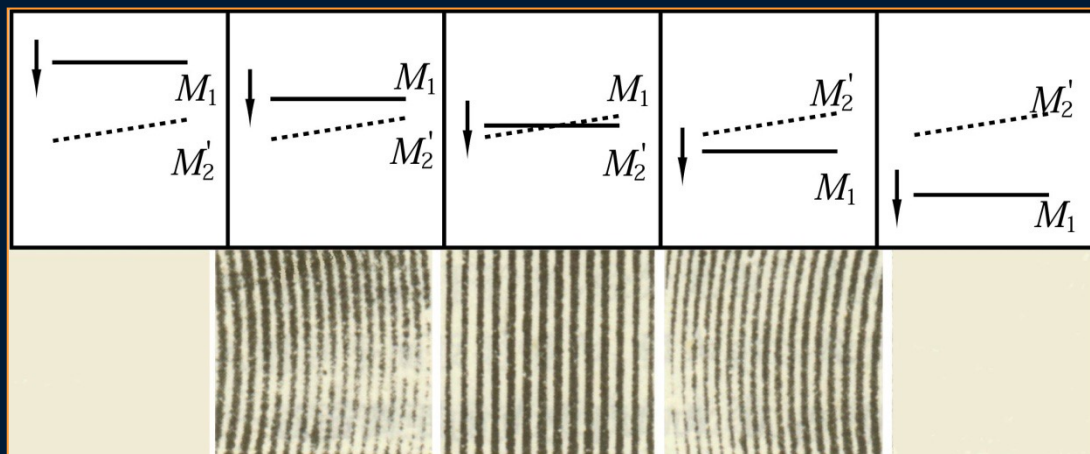
1. 若 M_2 、 M_1 平行

等倾条纹

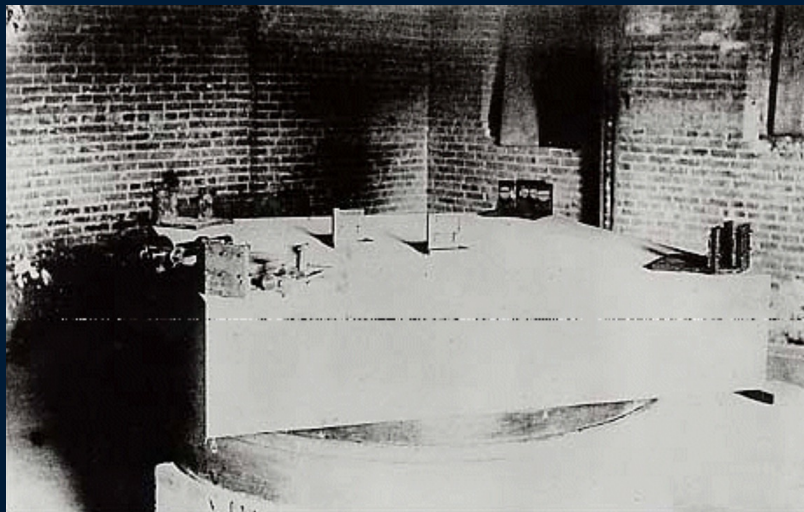
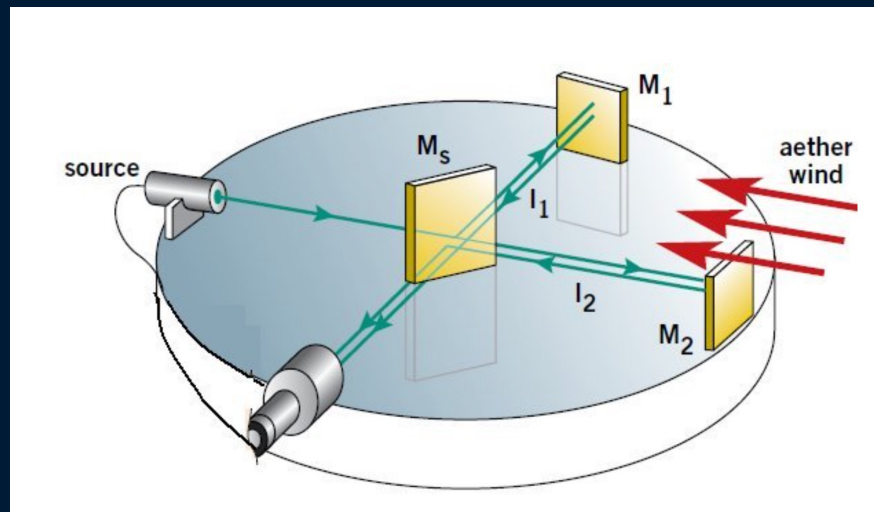


2. 若 M_1 、 M_2 有小夹角

当 M_1 和 M_2 不平行，
且光平行入射，此时为等厚条纹



迈克尔逊-莫雷实验



四. 应用

1. 微小位移测量

2. 测波长

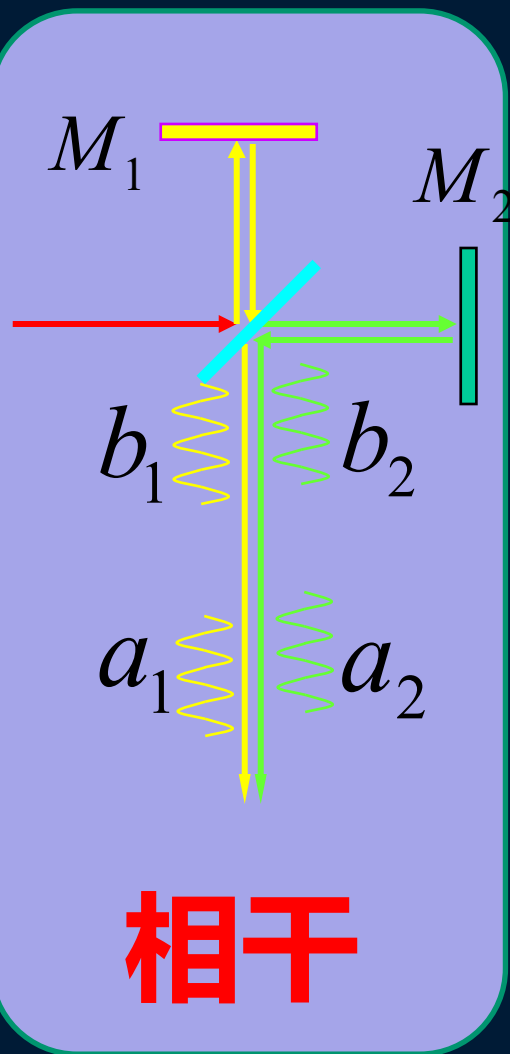
3. 测折射率

美国激光干涉引力波观测台 (LIGO)

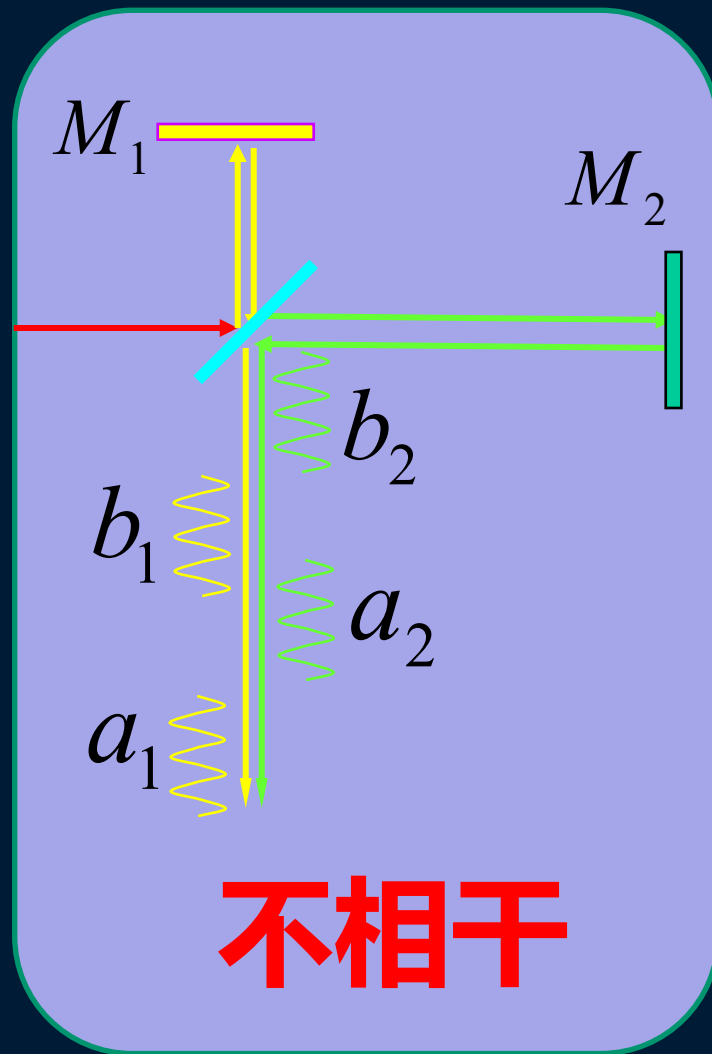


❖ 光的相干性

光程差不大



光程差较大



➤ 时间相干性

指由原子一次发光所持续的时间来确定的光的相干性问题：
原子发光时间越长，观察到清楚的干涉条纹就越多，时间相干性就越好。

■ 两波列的光程差为零 $\delta = 0$ 干涉

■ 两波列的光程差较小，小于波列长度

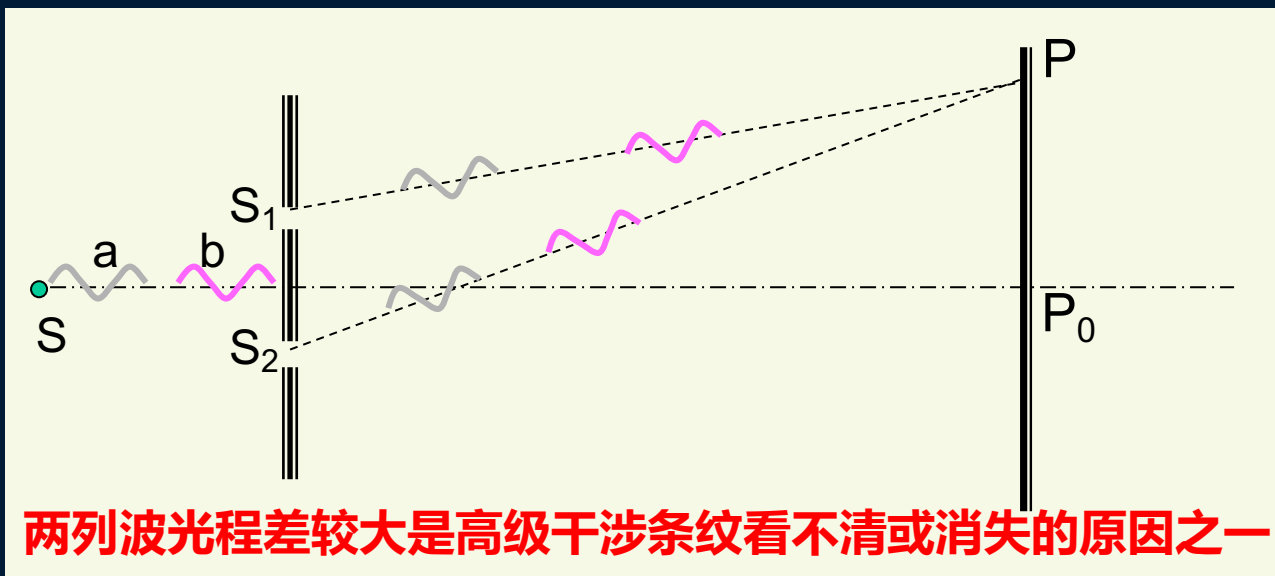
$\delta < L$ 干涉条纹变模糊

■ 两波列的光程差较大，大于波列长度

$\delta > L$ 干涉条纹消失

- 实际光源的光谱线都有一定的频率宽度 $\Delta\nu$ (波长范围 $\Delta\lambda$) 亦即相应的发光时间 τ_0 是有限的。因此所发波列的长度 $L = c\tau_0$ 也是有限的。
- 时间相干性反比公式: $\tau_0\Delta\nu \approx 1$

结论：波列越短，频率越宽；频率越窄，波列越长



1) 波列长度 L 又称相干长度。 L 越长，光波的相干叠加长度越长，相干性也越好。

2) 原子一次发光的时间 Δt 称为相干时间。 Δt 越大，相干长度越长，相干性越好，因此用这种原子一次持续发光的时间来描述这种相干性故称为时间相干性。

结论：产生光的干涉还须加一附加条件：

$$\delta < L \quad L = c \Delta t$$

➤ 空间相干性

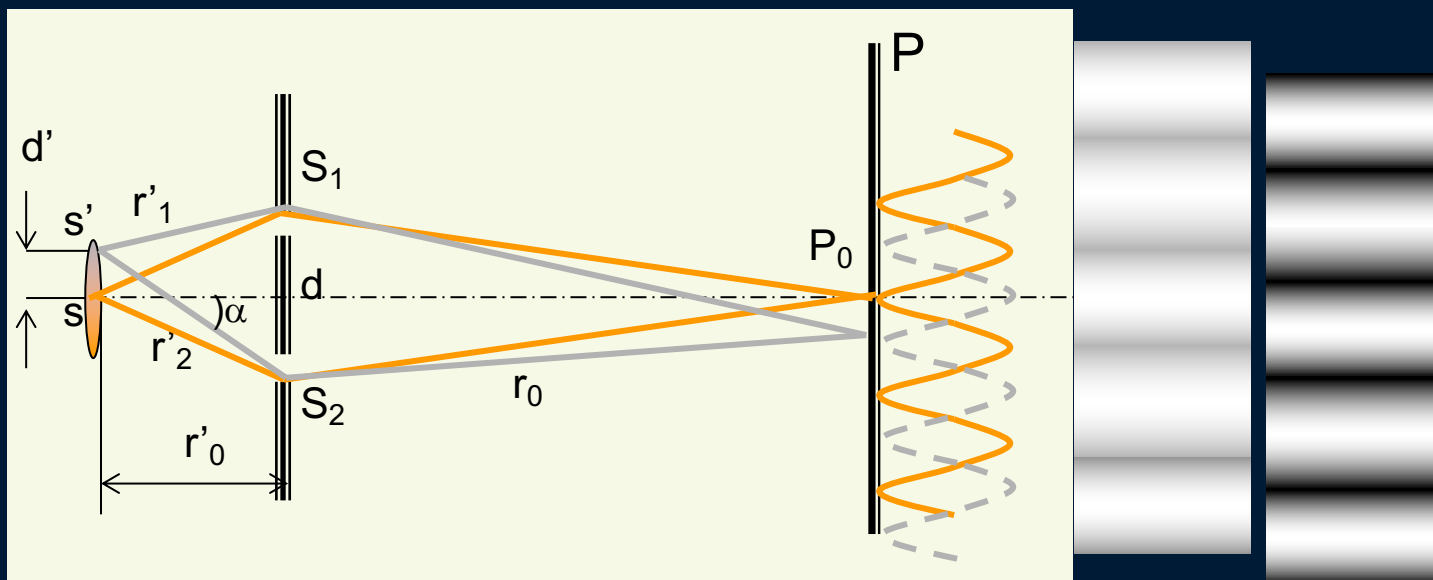
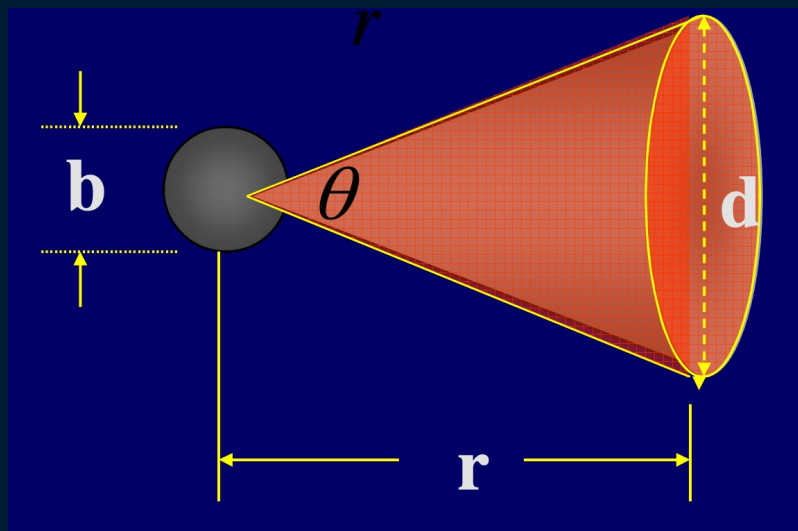
- 干涉实验中，通常使用的光源总是具有一定的宽度——**扩展光源**。可看作是由很多条线光源构成的；

□ 光源总是有一定的线度的，当光源线度不大时：

仍能分辨清楚干涉明暗条纹。

□ 当光源线度 b 增大到某一限度时：

光干涉条纹消失，即不再相干。



$b\theta < \lambda$ “空间相干反比公式”

θ 称为 “相干孔径角”

$d < \frac{r\lambda}{b}$ d^2 : 相干面积

所以光的干涉除满足同频率、同振动方向、相位差恒定以外，还要满足：

光程差： $\delta < L$ （相干长度）

光源线度： $b \theta < \lambda$

光的空间相干性与时间相干性是不能严格分割的。实际光源既有一定的宽度，也的一定的谱线宽度，光场的空间相干性和时间相干性是同时存在的。实际干涉中需同时考虑。

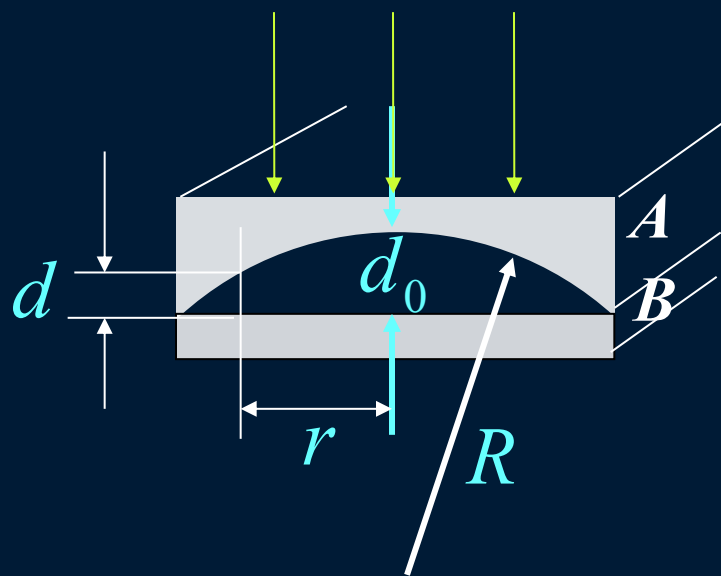
例 如图A为一柱面状平凹透镜，B为一平面玻璃片。现用波长为 λ 的单色平行光自上方垂直往下照射，观察A和B间空气薄膜的反射光干涉的等厚条纹。已知 $R \ll d_0$ $d_0 = 2\lambda$

求 (1) 分析干涉条纹的特点(形状，分布，级次高低)

(2) 明条纹距中心线的距离

(3) 共能看到多少条明条纹

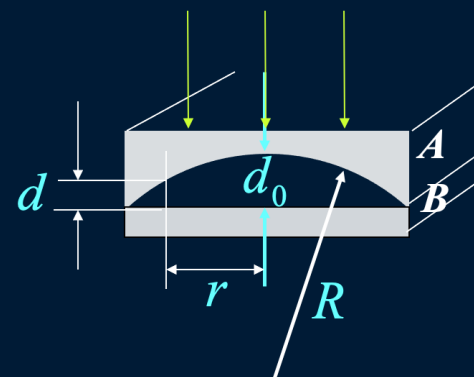
(4) 若玻璃片B向下平移，条纹如何移动？



解 (1) 关于中心对称的平行于玻璃片长边的平行直条纹；条纹中间疏两侧密；中间条纹级次高，边上条纹级次低。

$$(2) \quad \delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} R^2 = r^2 + [R - (d_0 - d)]^2 \\ d \approx d_0 - \frac{r^2}{2R} \end{array} \right.$$

$$\therefore \delta = 2\left(d_0 - \frac{r^2}{2R}\right) + \frac{\lambda}{2}$$



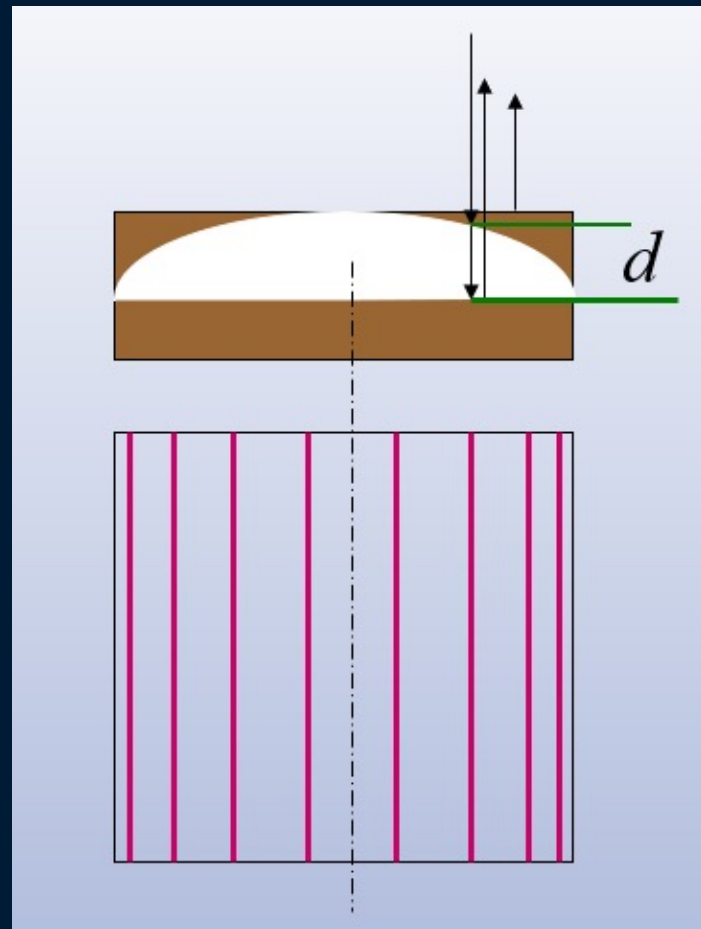
明条纹 $\delta = 2\left(d_0 - \frac{r^2}{2R}\right) + \frac{\lambda}{2} = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \dots$

$$r = \sqrt{2Rd_0 - \left(k - \frac{1}{2}\right)R\lambda} \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

(3) 中间条纹级次高

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= 2d_0 + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2(2\lambda) + \frac{\lambda}{2} = 4.5\lambda\end{aligned}$$

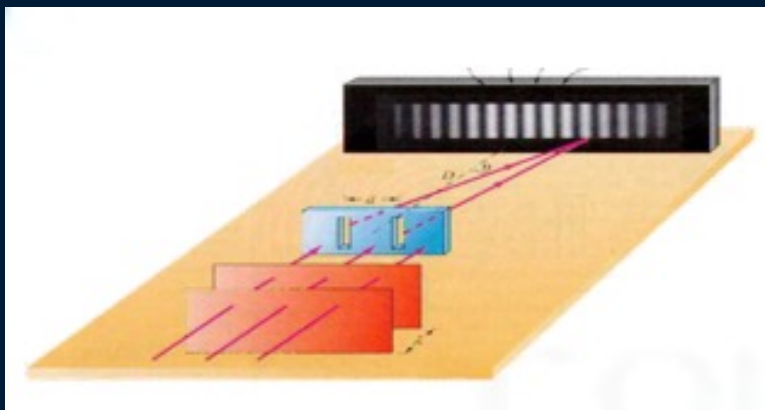
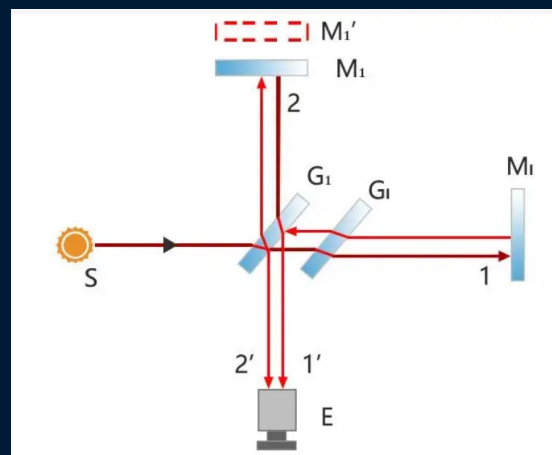
可以看到8条明条纹。



(4) 若玻璃片**B**向下平移，条纹向两侧移动。

光的干涉总结:

重点之一：是画出光路图，正确写出可发生干涉的两支光的光程差！



重点之二：分析那些量会改变光程差；或者倒过来，当测得干涉条纹的变化时对应的物理量怎样变化。

