



光栅



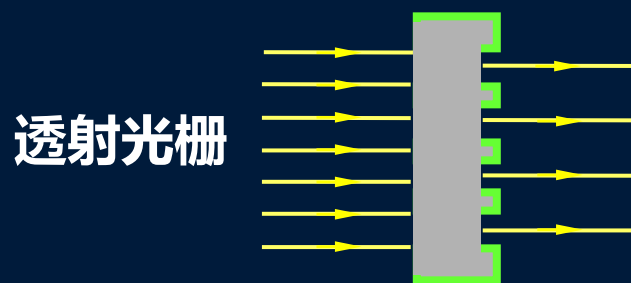
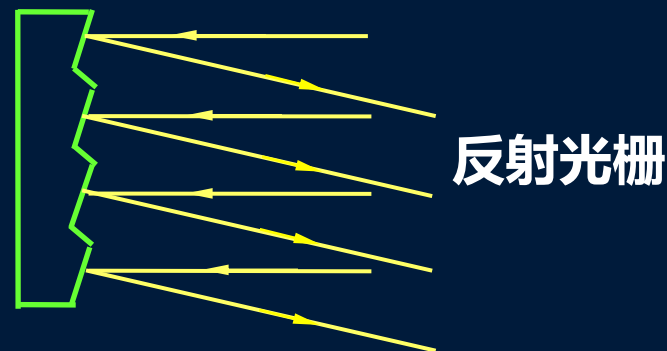
**光盘的凹槽形成一个衍射光栅，在白光
下能观察到入射光被分离成彩色光谱**



§14.9 衍射光栅

一. 光栅

光栅 — 大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件

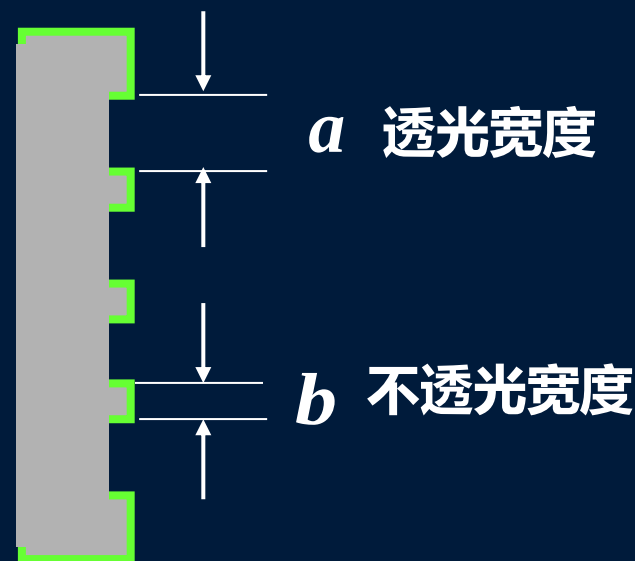


● **光栅常数** $d = a + b$

● **总缝数**

光栅宽度为 l mm, 每毫米缝数为 m , 则为**总缝数**

$$N = m \times l$$



§ 14.9 衍射光栅



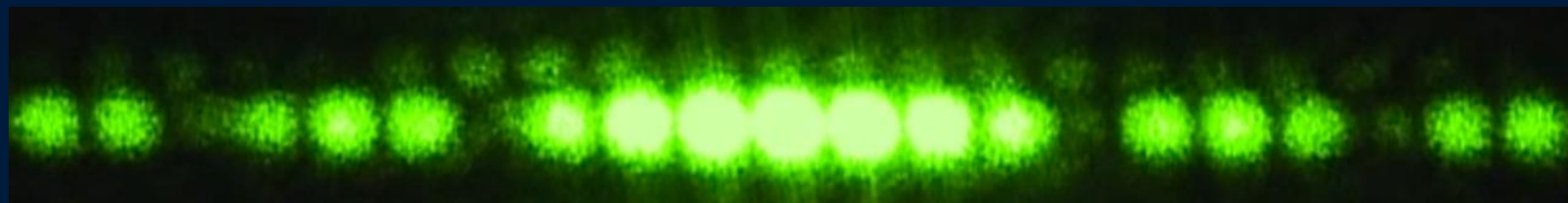
思考1:

(1) 使用语言描述下你观看到的现象

定性描述



主极大很明亮、很尖锐、主极大之间一片暗区



平行、等间距、直条纹

思考1:

(1) 使用语言描述下你观看到的现象

定性描述



主极大很明亮、很尖锐、主极大之间一片暗区

(2) 从物理本质上去分析产生现象的原因

定量描述

明条纹位置、明条纹宽度

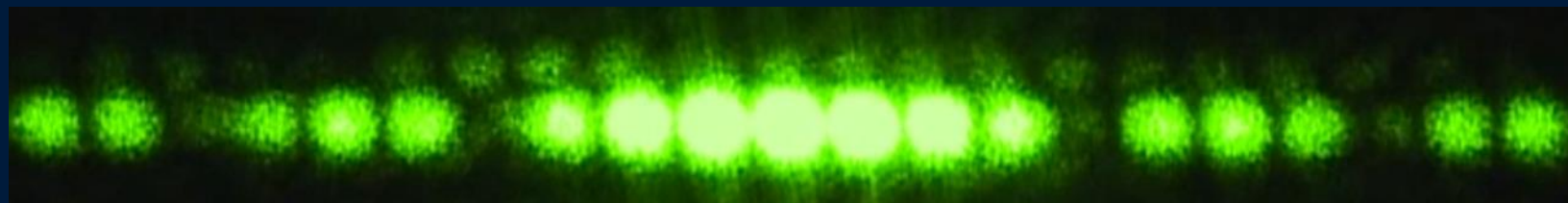
思考1:

(1) 使用语言描述下你观看到的现象

定性描述



主极大很明亮、很尖锐、主极大之间一片暗区



平行、等间距、直条纹

明条纹位置、暗条纹位置、明条纹宽度

思考2:

(1)学过了衍射、干涉，光栅衍射是。。。？

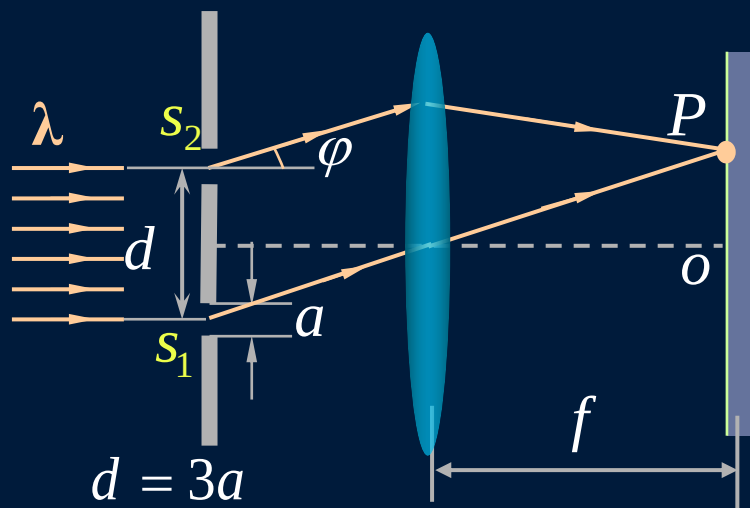


既有衍射、也有干涉

(2) 光栅衍射与衍射、干涉的关系？

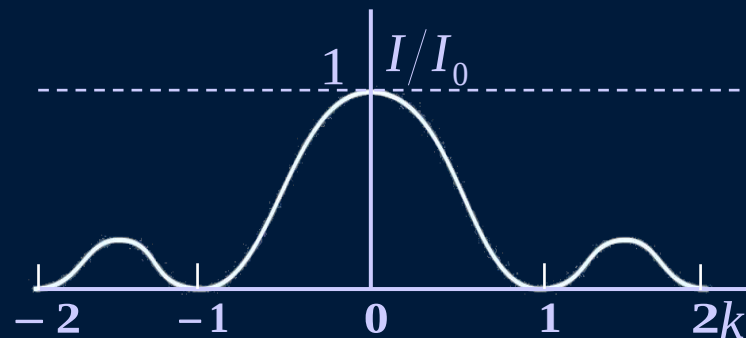
二. 光栅衍射的基本特点

以二缝光栅为例

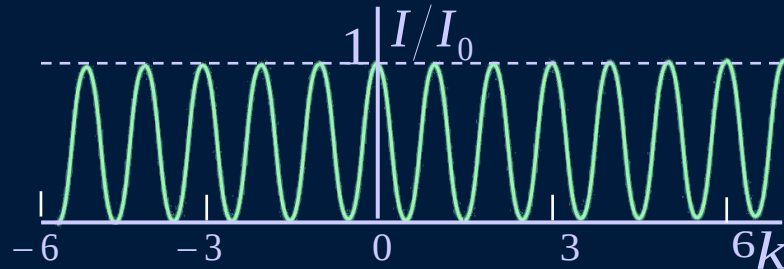


结论

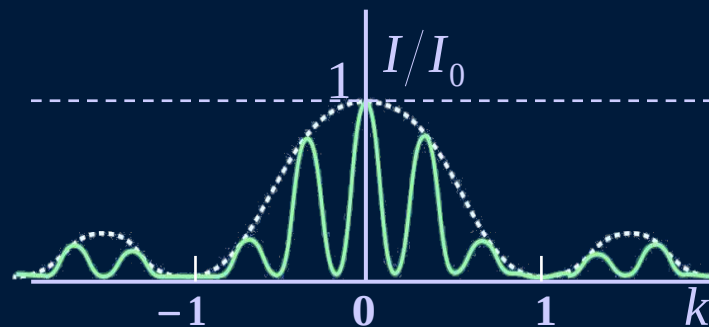
屏上的强度为单缝衍射和缝间干涉的共同结果。



只考虑单缝衍射强度分布



只考虑双缝干涉强度分布



双缝光栅强度分布

三. 光栅衍射条纹

1. 光栅方程

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

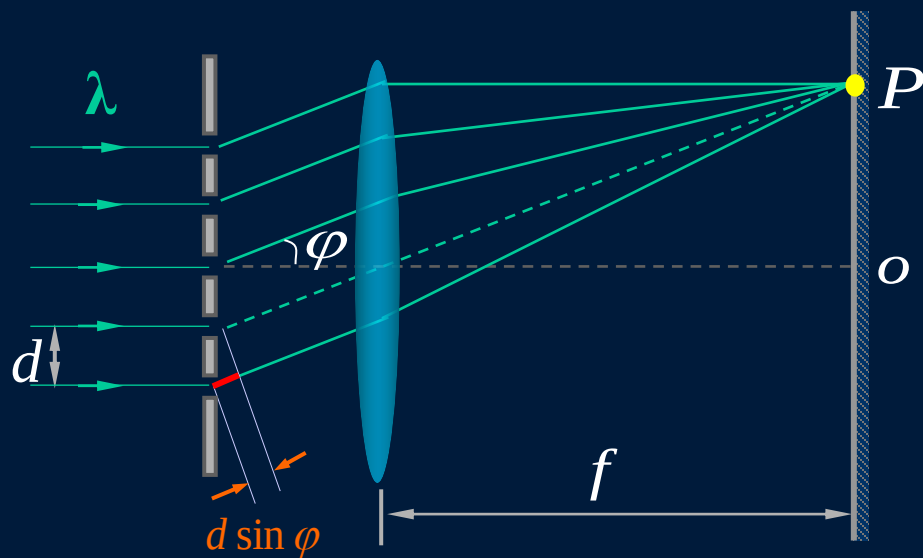
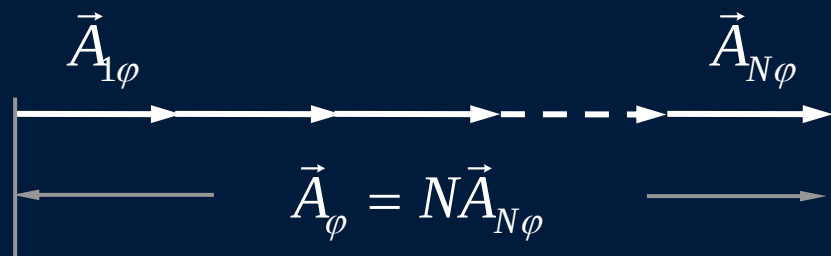
主极大级数

● 主极大强度

相邻两缝发出的光在 P 点引起的光振动相位差为

P 点光强

$$I_{\varphi} = A_{\varphi}^2 = N^2 I_{N\varphi}$$



$$\Delta \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = \pm 2k\pi$$



结论

随着 N 的增大, 主极大变得更为明亮

1 波长 $\lambda = 600\text{nm}$ 的单色光垂直入射到光栅上，测得第二级主极大明条纹的衍射角为 30° ，则光栅常数为

A

2400 nm

B

 $2.4 \times 10^{-6} \text{ m}$

C

 $2.4 \mu\text{m}$

D

 $2.4 \times 10^4 \text{ \AA}$

提交

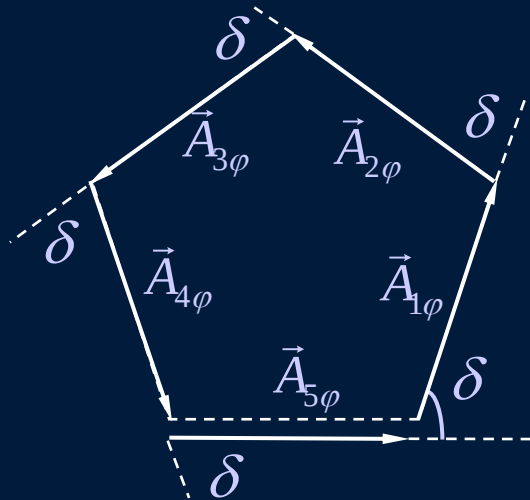
2. 暗纹条件

相邻振动相位差

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$$

如果

$$N\Delta\delta = \pm m \cdot 2\pi$$

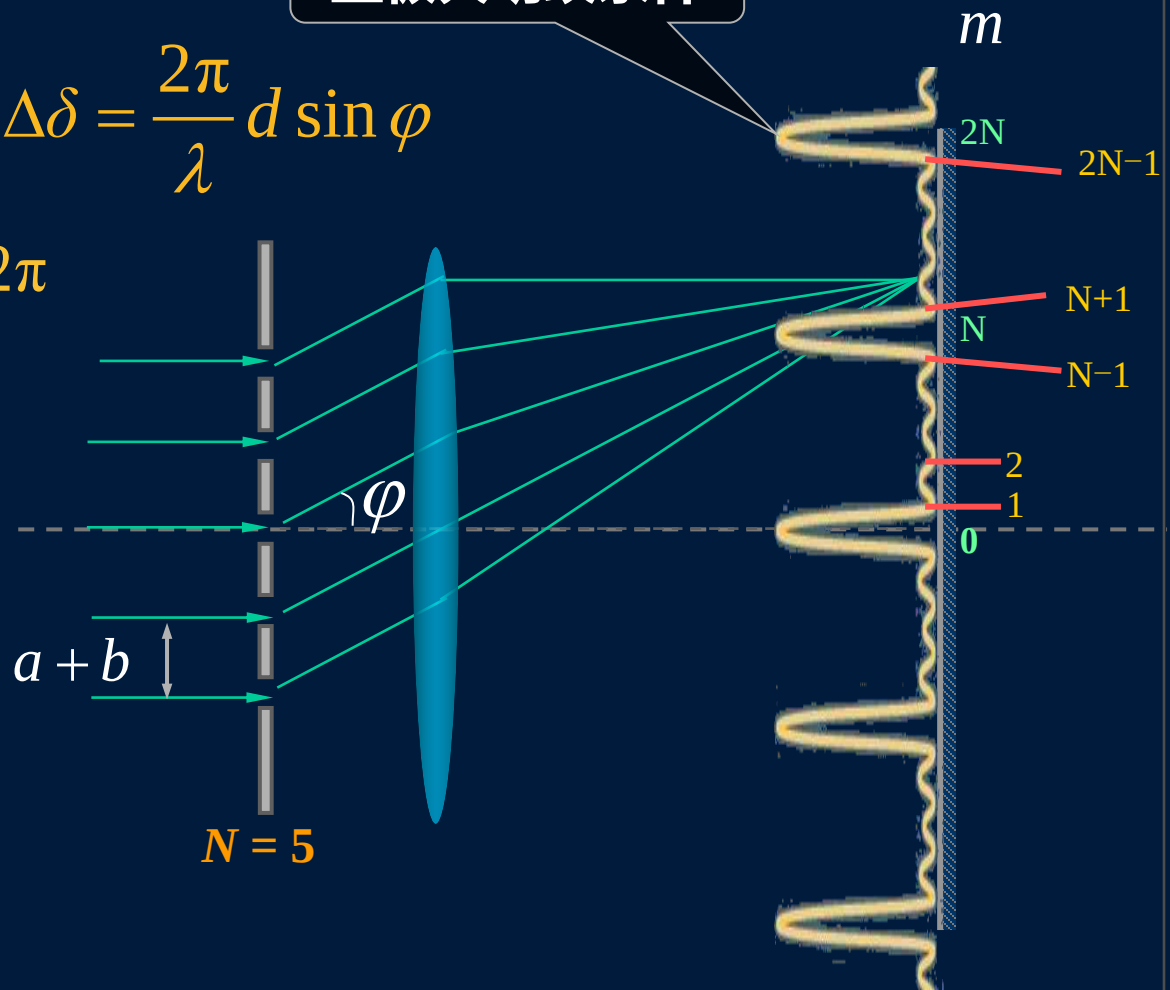


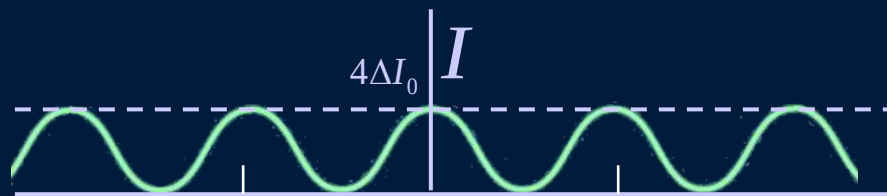
暗纹条件

$$Nd \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m \text{ 为 } \neq kN \text{ 的整数}$$

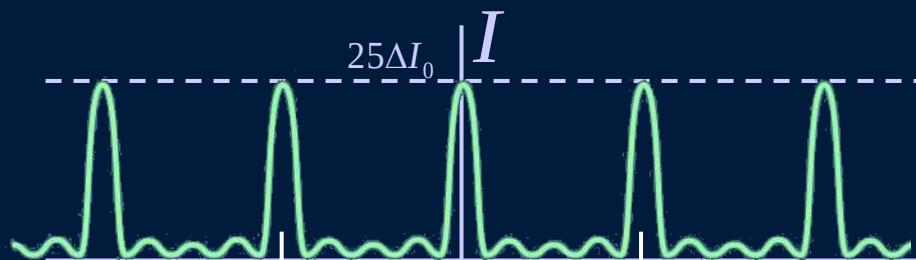
$$m = 1, 2, 3 \cdots (N-1), (N+1), \cdots (2N-1), (2N+1) \cdots$$

主极大明纹条件

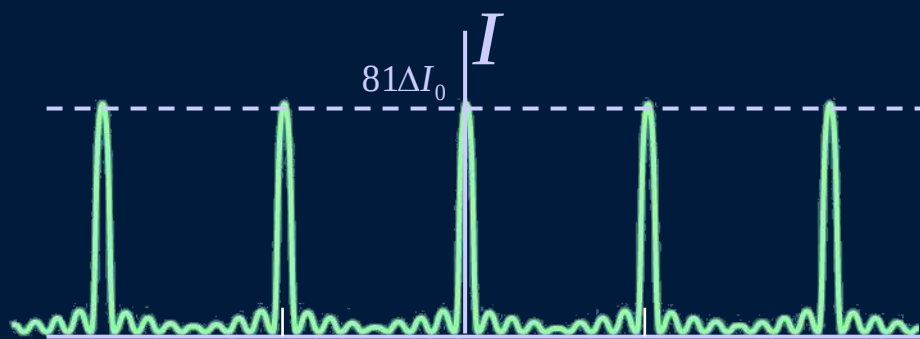




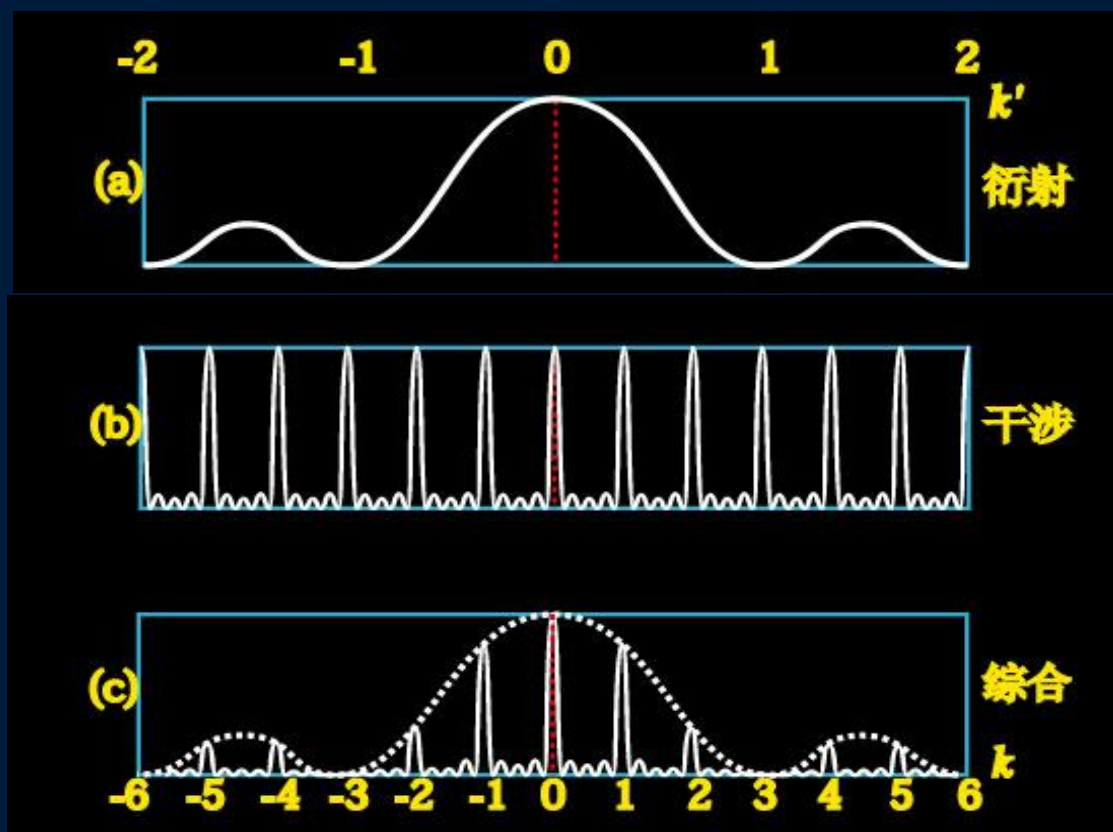
$N = 2$ 缝干涉强度分布



$N = 5$ 缝干涉强度分布



$N = 9$ 缝干涉强度分布



单缝衍射
强度分布

多缝干涉
强度分布

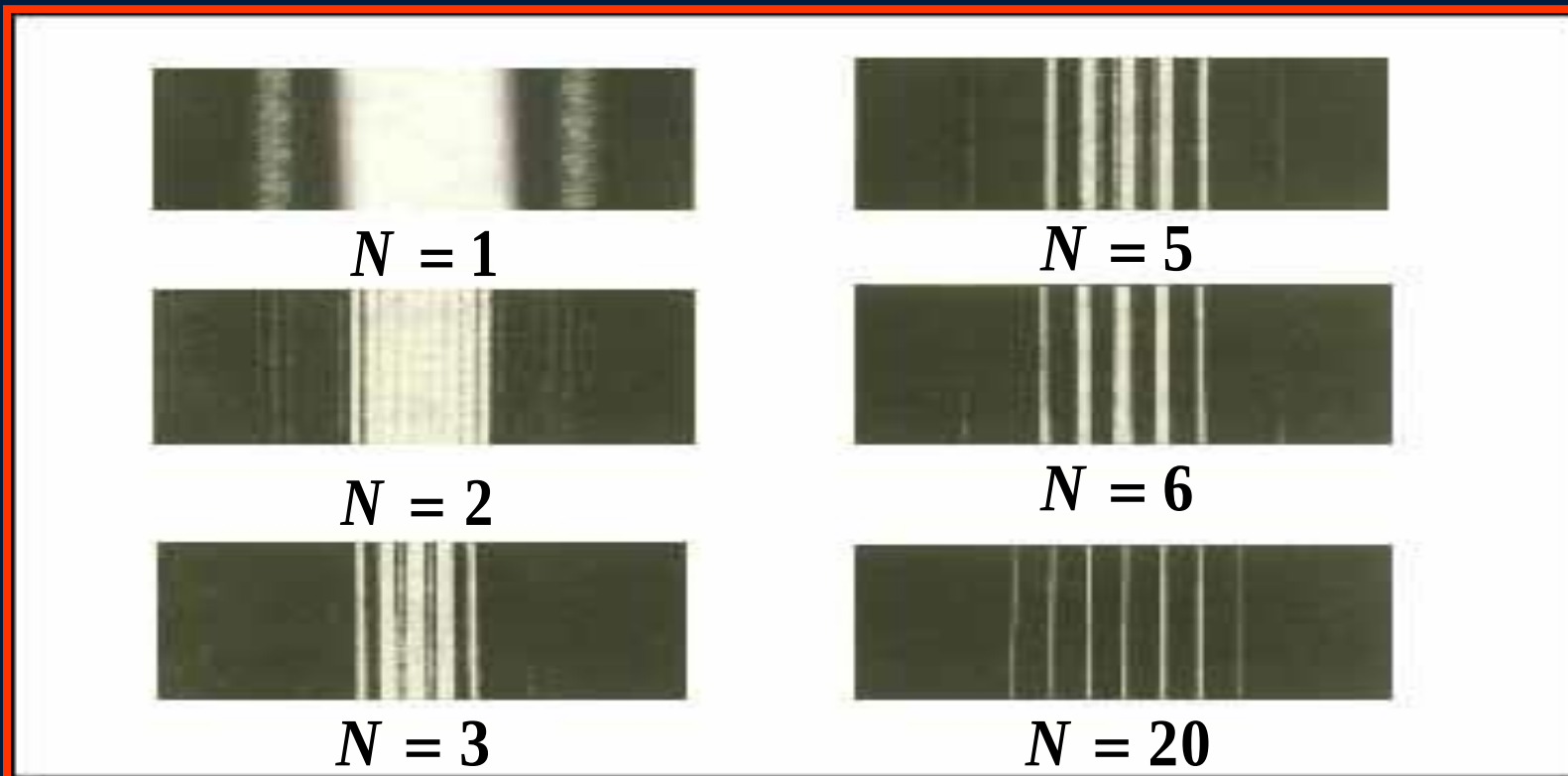
光栅衍射
强度分布

$$I_p = I_{0\text{单}} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

多光束干涉因子

单缝衍射因子 (极大值的强度被调制)

- 不同条纹 N 下的衍射图谱



- 光栅条纹随着 N 增大而变得越来越尖锐明亮
- 次级大的强度也越来越弱，通常无法看到

◆ 总结

光栅方程（主极大）： $d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$

暗纹方程： $Nd \sin \varphi = \pm m\lambda \quad \left\{ \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, \dots \\ m \text{ 为 } \neq kN \text{ 的整数} \end{array} \right.$

- 主级大明纹的位置与缝数 N 无关，它们对称地分布在中央明纹的两侧，中央明纹光强最大；
- 两个主极大之间有 $N-1$ 个暗条纹；
- 当 N 很大时，主极大越来越尖锐明亮，次级大越来越弱；

例： 有一光栅在 1.0 cm 长度范围内刻有 2000 条狭缝，用分光计观察某光源的光谱线，测得第二级的衍射角为 14.5° ，求此光波的波长。

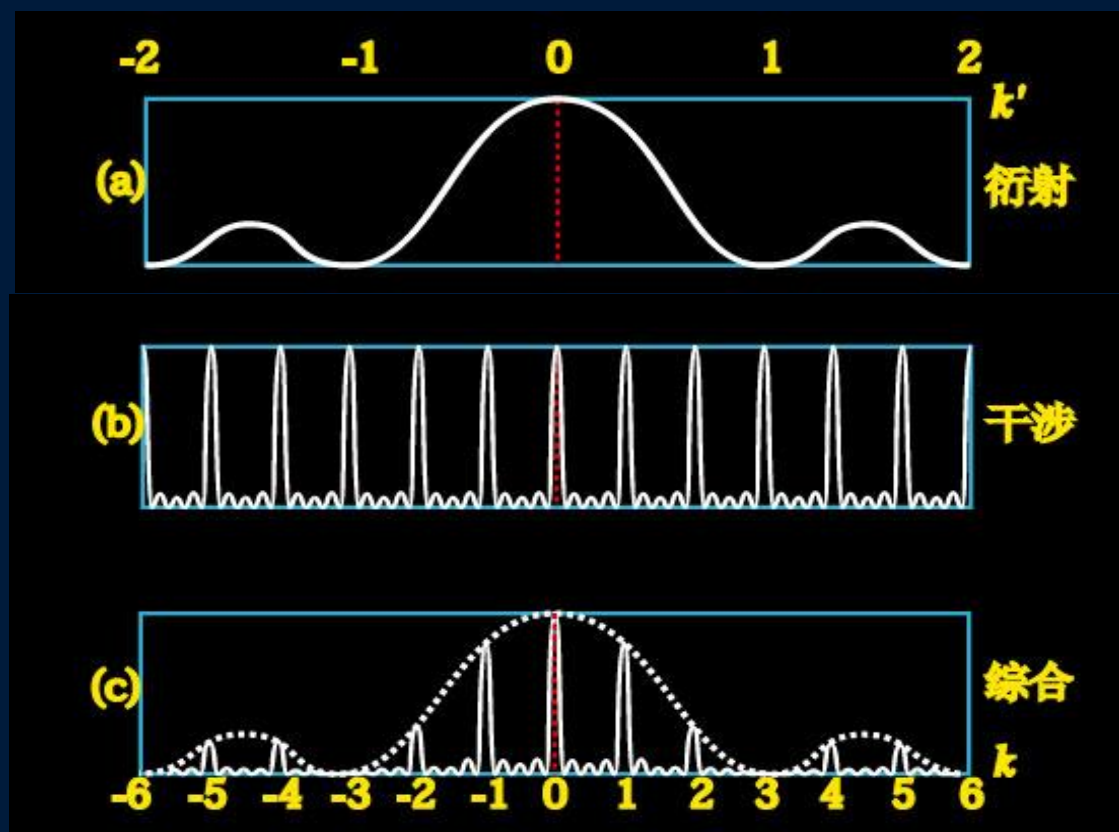
解： 光栅常数：
$$d = (a + b) = \frac{l}{N} = \frac{1.0 \times 10^{-2}}{2000} = 5.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

光栅方程：
$$(a + b) \sin \varphi = \pm k \lambda$$

由 $k = 2, \sin 14.5^\circ = 0.25$

可得
$$\lambda = \frac{(a+b) \sin \varphi}{k} = 6.25 \times 10^{-7} \text{ m}$$

缺级现象

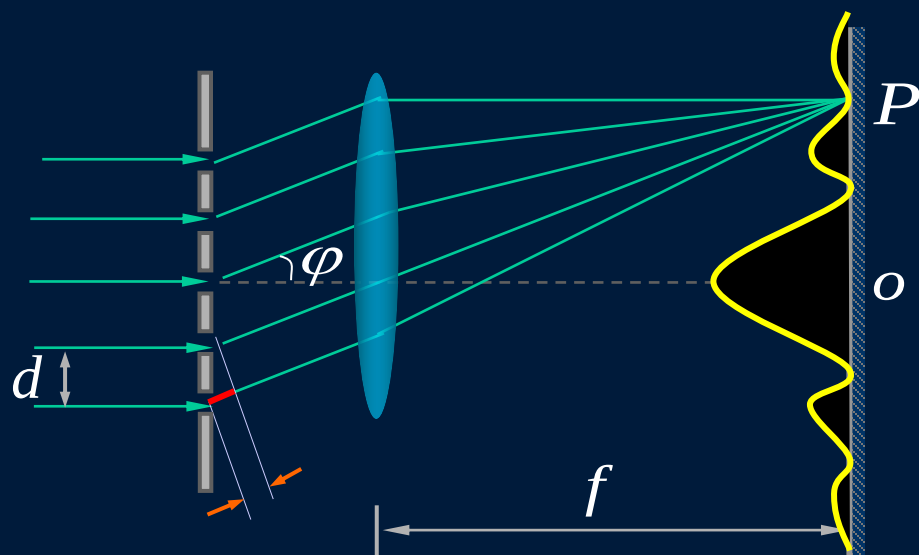


单缝衍射
强度分布

多缝干涉
强度分布

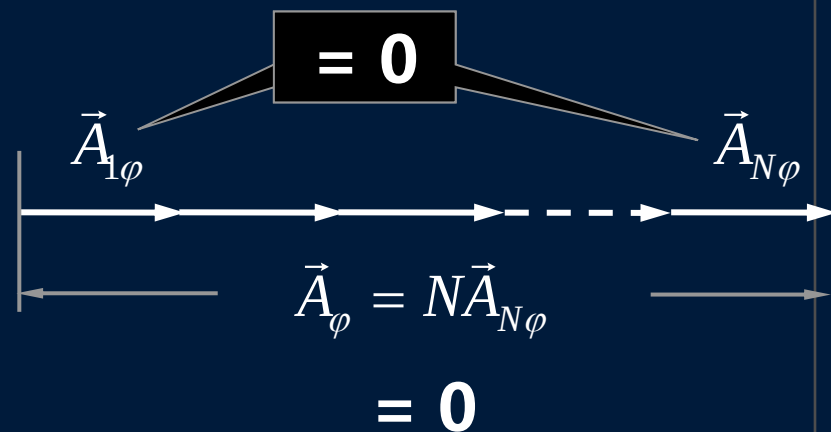
光栅衍射
强度分布

多缝干涉振动合成



$$d \sin \varphi = k\lambda$$

单缝衍射振幅曲线



缺级条件

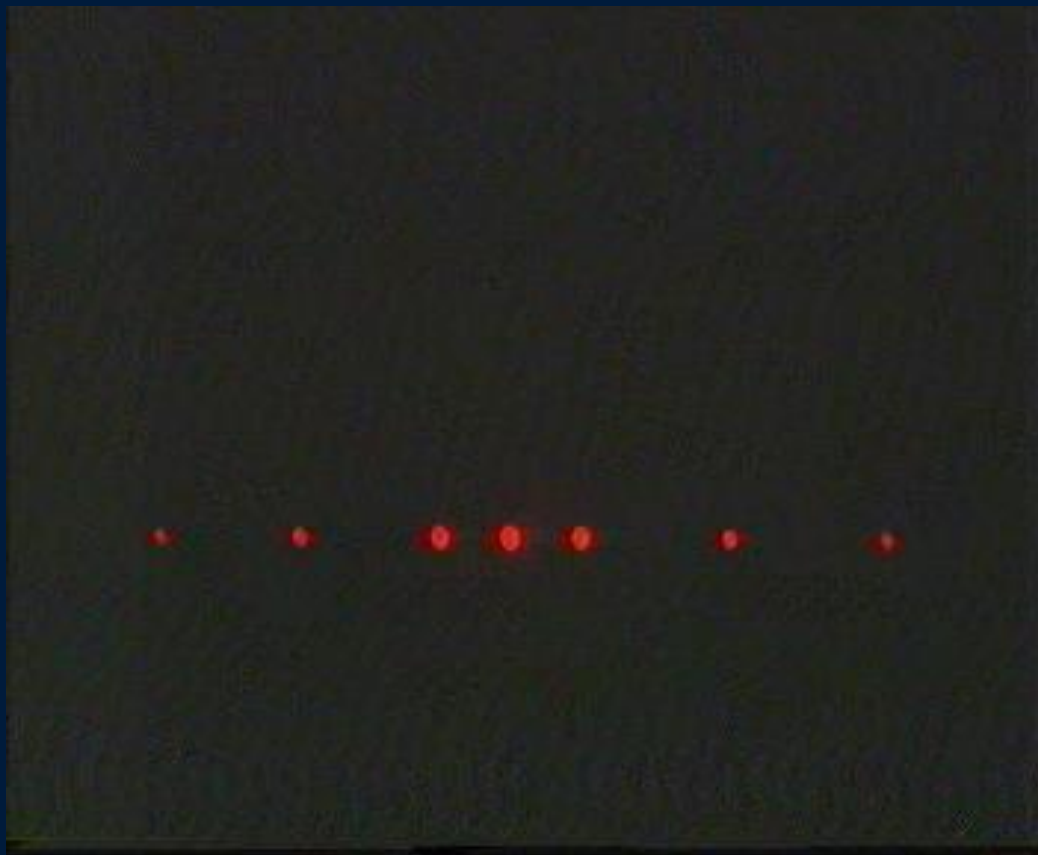
$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= \pm k\lambda \\ a \sin \varphi &= \pm k'\lambda \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{d}{a} = \frac{k}{k'} \rightarrow \begin{cases} k = \frac{d}{a} \cdot k' \\ (k' \text{ 取非零整数}) \end{cases}$$

如 $\begin{cases} d/a = 2 \\ d/a = 3/2 \end{cases}$ 则 $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$ 缺级

则 $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$ 缺级

思考

判断缺级条件



波长 $\lambda = 600\text{nm}$ 的单色光垂直入射到光栅上，测得第二级主极大明条纹的衍射角为 30° ，第三级缺级，则透光缝的最小宽度为

A

$4.8\ \mu\text{m}$

B

$8.0 \times 10^{-7}\ \text{m}$

C

$2.4\ \mu\text{m}$

D

$1.6 \times 10^{-6}\ \text{m}$

提交

波长 $\lambda = 600nm$ 的单色光垂直入射到光栅上，测得第二级主极大明条纹的衍射角为 30° ，第三级缺级，则屏幕上呈现的主极大明条纹最高级次为

A 4

B 无法确定

C 3

D 2

提交

光栅缺级.mpg

屏

光栅

光源

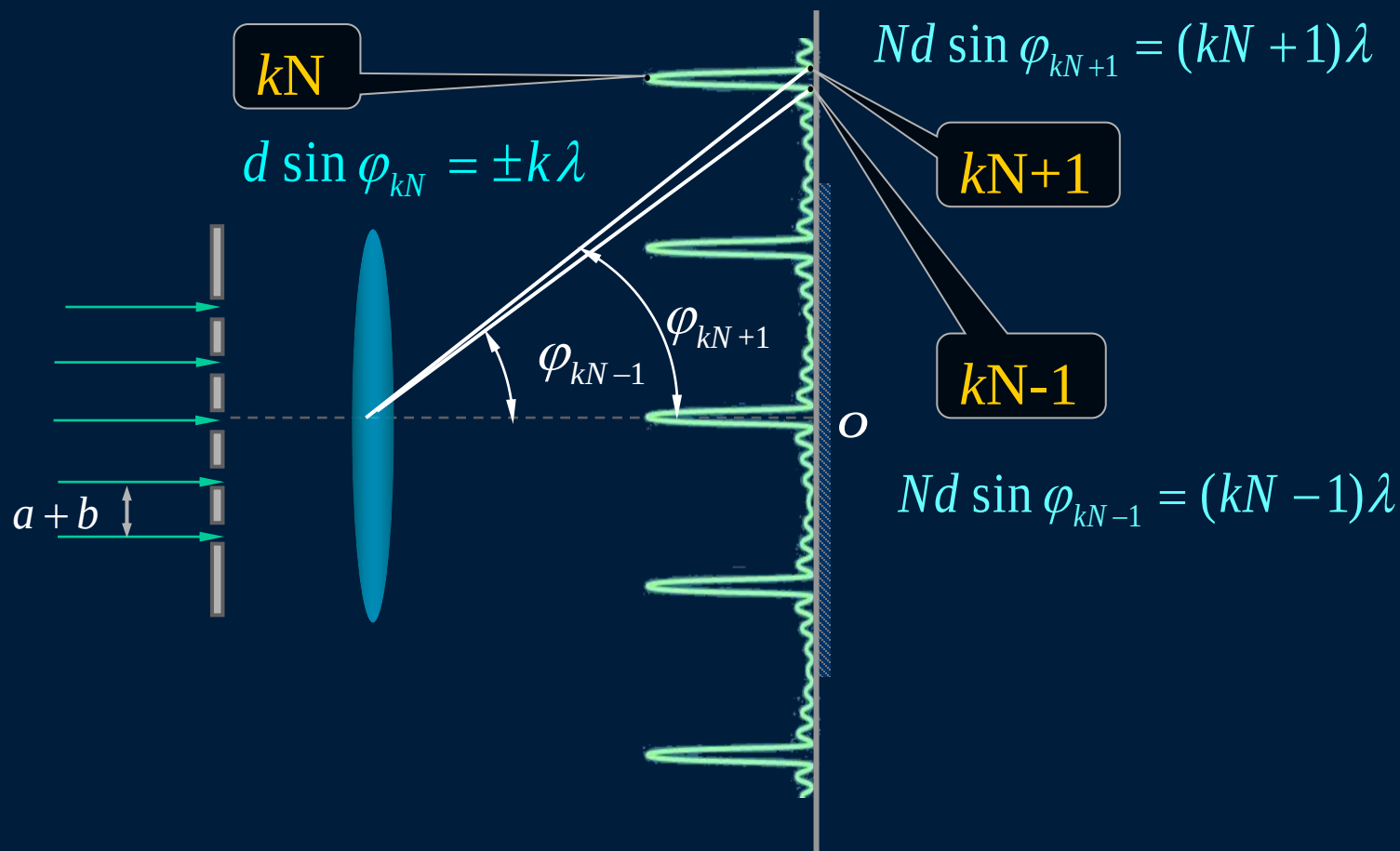
按ESC退出全屏

0:07 / 00:02:21



例 设光栅常数为 d , 总缝数为 N 的光栅,当入射光波长为 λ 时, 分析其夫琅禾费衍射主极大条纹角宽度与 N 的关系。

解



例 设光栅常数为 d , 总缝数为 N 的光栅,当入射光波长为 λ 时, 分析其夫琅禾费衍射主极大条纹角宽度与 N 的关系。

解 暗纹位置满足条件

$$Nd \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

第 k 级主极大相邻的两暗纹有

$$m = kN + 1$$

$$m = kN - 1$$

$$Nd \sin \varphi_{kN+1} = (kN + 1) \lambda$$

$$Nd \sin \varphi_{kN-1} = (kN - 1) \lambda$$

$$Nd (\sin \varphi_{kN+1} - \sin \varphi_{kN-1}) = 2 \lambda$$

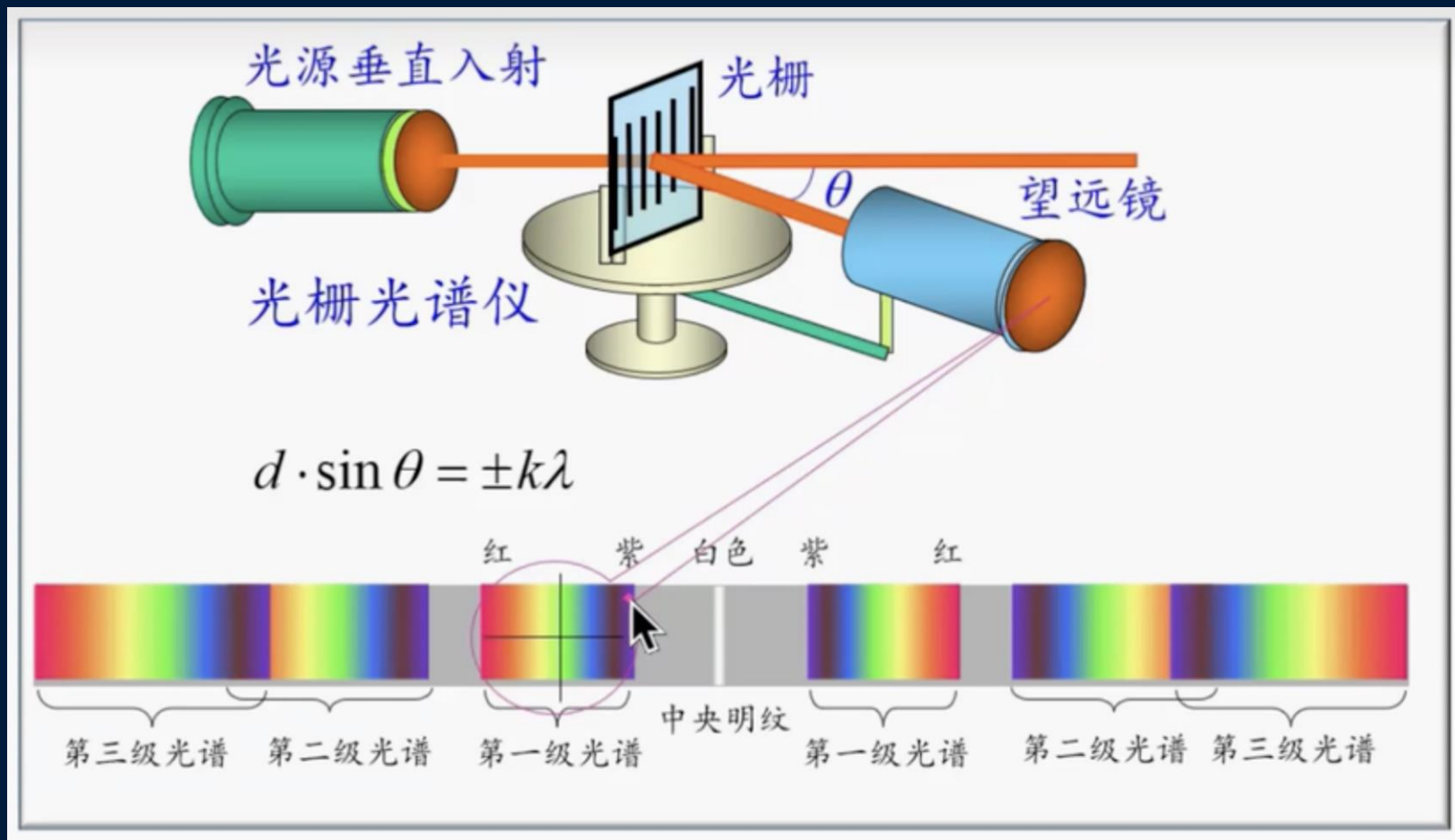
$$Nd \cos \varphi_{kN-1} (\varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1}) = 2 \lambda$$

第 k 级主极大角宽度

$$\Delta \varphi_k = \varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1} = \frac{2 \lambda}{Nd \cos \varphi_{\text{明}k}}$$

N 越大, 主极大角宽度越小, 条纹越细。

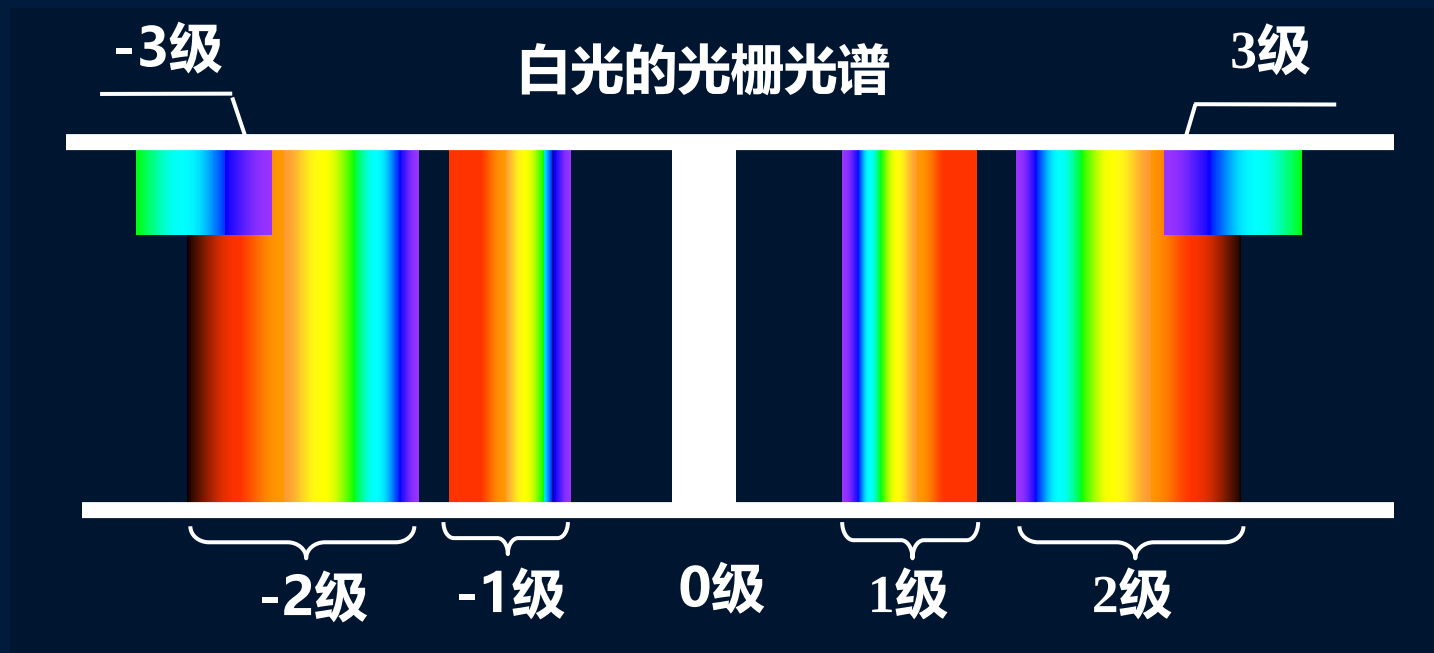
• 白色光入射



高级次光谱出现重叠

四. 光栅光谱及分辨本领

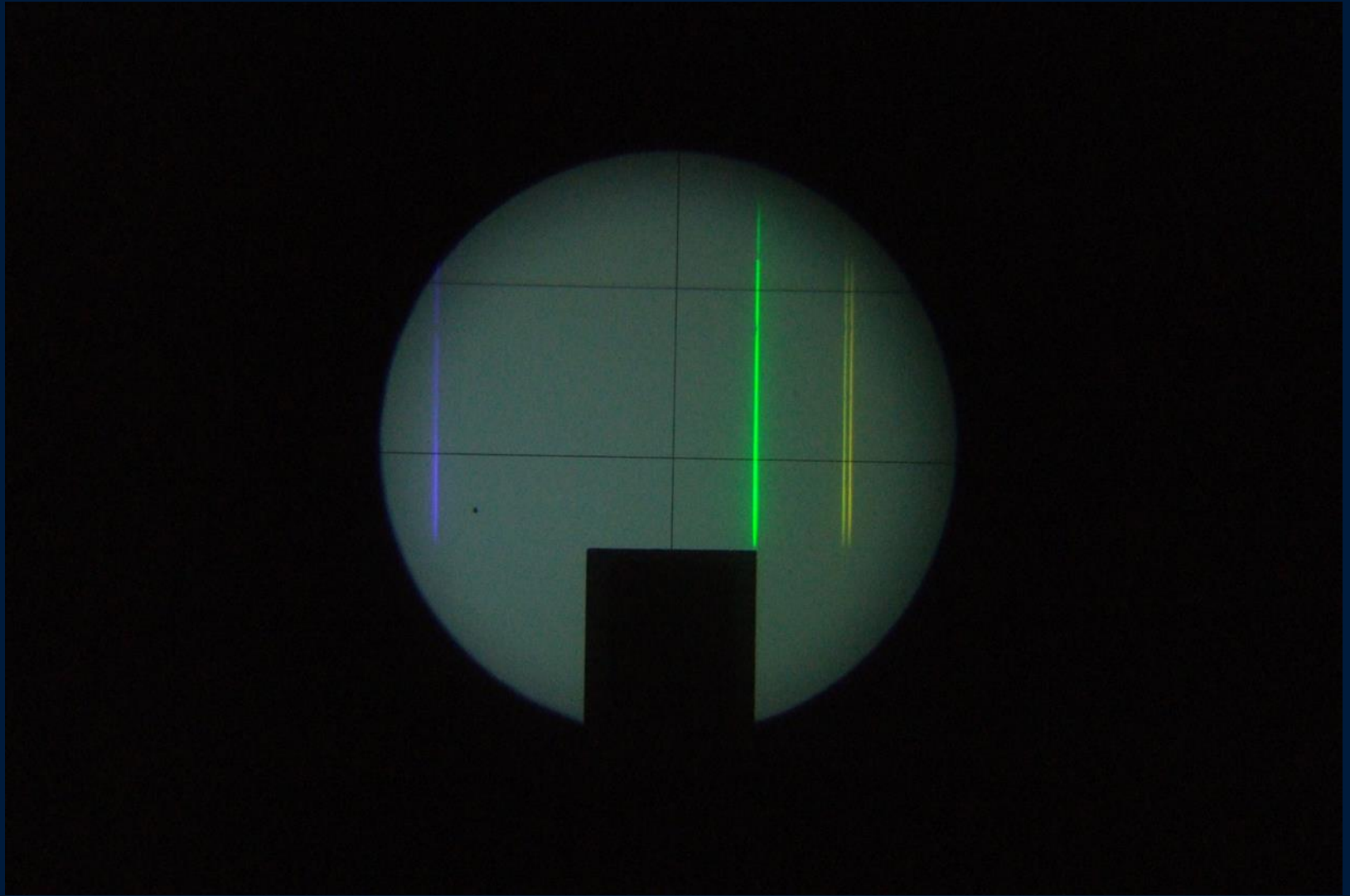
1. 光栅光谱



2. 光栅的色分辨本领

(将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 分开的能力)

光谱仪的色分辨率 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$



光栅的色分辨率

设两波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 在第 k 级刚好能被光栅分辨，则有

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= k(\lambda + \Delta\lambda) \\ d \sin \varphi &= \frac{Nk + 1}{N} \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k(\lambda + \Delta\lambda) = \frac{Nk + 1}{N} \lambda$$

根据瑞利判据：当 $\lambda + \Delta\lambda$ 的 k 级明纹与波长为 λ 的 $Nk+1$ 级暗纹重合时刚能分辨

由分辨本领定义得

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

(光栅的色分辨本领)

★ 说明

增大主极大级次 k 和总缝数 N ，可提高光栅的分辨率。

例：设计一光栅，要求(1)能分辨钠光谱的 $5.890 \times 10^{-7} \text{m}$ 和 $5.896 \times 10^{-7} \text{m}$ 的第二级谱线；(2)第二级谱线衍射角 $\theta \leq 30^\circ$

解 (1) 按光栅的分辨本领 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$

得
$$N = \frac{\lambda}{k\Delta\lambda} = \frac{5.890 \times 10^{-7}}{2 \times 0.006 \times 10^{-7}} \approx 491 \text{条}$$

即必须有 $N > 491 \text{条}$

(2) 根据 $(a + b) \sin \theta = k\lambda$

$$a + b = \frac{k\lambda}{\sin \theta} = \frac{2 \times 5.893 \times 10^{-7}}{\sin 30^\circ} \text{m} = 2.36 \times 10^{-3} \text{mm}$$

由于 $\theta \leq 30^\circ$ 所以 $d = a + b \geq 2.36 \times 10^{-3} \text{mm}$

五. 斜入射的光栅方程

主极大条件

$$d(\sin \varphi + \sin \theta) = \pm k\lambda$$

$$k = 0, 1, 2, 3 \dots$$

缺级条件

$$a(\sin \varphi + \sin \theta) = \pm k' \lambda$$

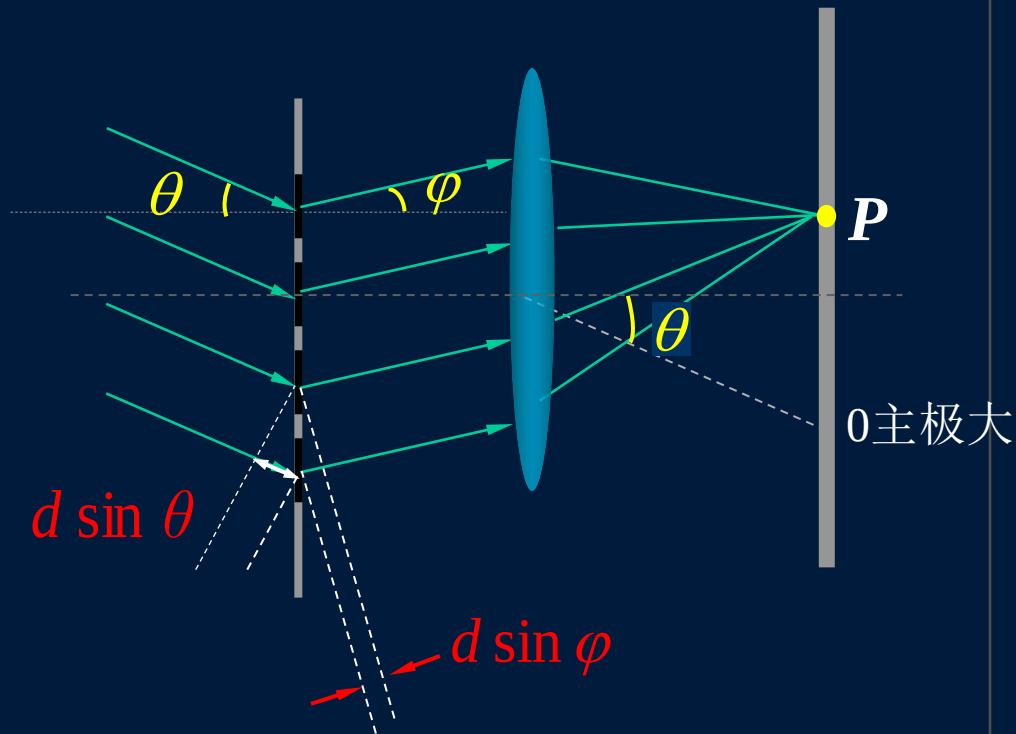
$$d(\sin \varphi + \sin \theta) = \pm k\lambda$$

理论上最多明条纹数 $(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2})$

$$k_{+\max} = \left[\frac{d}{\lambda} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \theta \right) \right]$$

$$k_{-\max} = \left[\frac{d}{\lambda} \left(\sin -\frac{\pi}{2} + \sin \theta \right) \right]$$

$$\Delta N = k_{+\max} - k_{-\max} + 1$$



例 一束波长为 480nm 的单色平行光，照射在每毫米内有600条刻痕的平面透射光栅上。

求 (1) 光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱？

(2) 光线以 30° 入射角入射时，最多能看到第几级光谱？

解 (1) $d \sin \varphi = \pm k\lambda$ $d = \frac{1}{600 \times 10^3} = \frac{1}{6} \times 10^{-5} \text{ m}$

$$k_{\max} = [d/\lambda] = \left[\frac{10^{-5}}{6 \times 4.8 \times 10^{-7}} \right] = 3.47 \quad \text{能看到3级}$$

(2) $d(\sin \varphi + \sin 30^\circ) = \pm k\lambda$

$$k_{+max} = \left[\frac{d}{\lambda} (1 + \sin 30^\circ) \right] = 5$$

$$k_{-max} = \left[\frac{d}{\lambda} (-1 + \sin 30^\circ) \right] = -1$$

★ 说明

- (1) 斜入射级次分布不对称
- (2) 斜入射时，可得到更高级次的光谱，提高分辨率。
- (3) 垂直入射和斜入射相比，完整级次数不变。

上题中垂直入射级数 $k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

斜入射级数 $k = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

- (4) 垂直入射和斜入射相比，缺级级次相同。

$$\left. \begin{aligned} d(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k \lambda \\ a(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k' \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k = k' \frac{d}{a} \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$